

В. Н. Михайлов

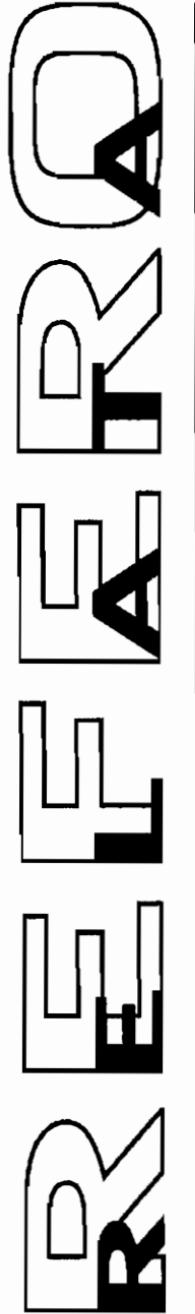
ЗАКОН

ВСЕМИРНОГО
ТЯГОТЕНИЯ

Платон мне друг,
но истинна дорога

Аристотель





В. Н. Михайлов

ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Издание третье, переработанное

МОСКВА



ББК 22.312 22.3ш 22.6

Михайлов Владимир Николаевич

Закон всемирного тяготения. Изд. 3-е, перераб. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 184 с. (Серия «Relata Refero».)

ISBN 5-354-00888-3

В третьем, переработанном издании книги, по-прежнему доказательно формулируется уточняющий закон всемирного тяготения. Кроме того, книга дополнена описанием эксперимента, который подтверждает этот новый закон.

Книга предназначена для аспирантов, студентов, учителей и всех, кто интересуется гравитацией и астрономией.

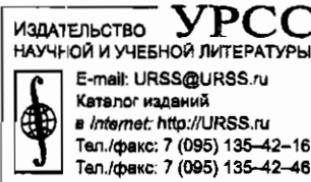
Издательство «Едиториал УРСС», 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.
Лицензия ИД № 05175 от 25.06.2001 г. Подписано к печати 04.10.2004 г.

Формат 60×90/16. Тираж 300 экз. Печ. л. 11,5. Зак. № 2-1573/743.

Отпечатано в типографии ООО «РОХОС», 117312, г. Москва, пр-т 60-летия Октября, 9.

ISBN 5-354-00888-3

© В. Н. Михайлов, 2004
© Едиториал УРСС, 2004



2738 ID 23787



ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	6
Часть 1	
Упругость гравитационного поля взаимодействия	9
1.1. Осцилляция приливного потенциала поля тяготения в кеплеровской задаче движения двух тел	10
1.2. Смещение перигелия планет и новый закон всемирного тяготения	29
1.3. Симметричность нового закона всемирного тяготения	61
1.3.1. Обращение Земли и Луны вокруг общего центра инерции	64
1.3.2. Земля с отключенным гравитационным полем в системе отсчета $\vec{X}\vec{Y}\vec{Z}$	68
1.3.3. Луна с отключенным гравитационным полем в системе отсчета $\overset{\oplus}{X}\overset{\oplus}{Y}\overset{\oplus}{Z}$	71
1.4. Фазовая скорость гравитационной волны	82
1.5. Волновое уравнение гравитационной волны	98
Выводы	106

Часть 2

Экспериментальное подтверждение нового (обобщенного) закона всемирного тяготения	107
Введение	108
2.1. Параметры колебательной системы	110
2.2. Дифференциальные уравнения, описывающие колебательные процессы гравитационно взаимодействующих масс для трех позиций внешних шаров	117
2.3. Баланс энергий	169
Литература	180

От издательства

Эта книга продолжает серию «Relata Refero» (дословный перевод — *рассказываю рассказанное*). Это изречение можно понимать и трактовать по-разному.

Кому-то может показаться, что, спрятавшись за гриф «Relata Refero», издательство хочет отмежеваться от публикуемых в этой серии текстов. Кто-то, наоборот, усмотрит в этом намерение ошарашить публику проблемными текстами и сорвать скандальные aplодисменты. Найдутся, возможно, и такие, которые вообще истолкуют эту серию как издевку над всем, что отклоняется от традиционного русла.

Нам же, однако, хотелось бы верить, что Читатель поймет настоящую причину, побудившую издательство взяться за выпуск этой серии. А подсказкой Читателю будет помещенное на обложке высказывание Аристотеля, для которого, как гласит предание, поиск истины оказался выше личной дружбы с Платоном.

Мы надеемся, что публикуемые в этой серии тексты внесут, несмотря на свое противостояние установившимся канонам, свой вклад в познание Истины.

ВВЕДЕНИЕ

*В вопросах науки авторитет тысячи
не стоит простейших доводов одного.*

Галилео Галилей

В рамках классической механики в ее развитии с применением некоторых представлений релятивистской механики доказывается существование переменной составляющей поля тяготения при движении планет и звезд по эллиптическим орбитам. Вводятся понятия приливного потенциала и «жесткости» гравитационного поля взаимодействующих тел. На основе этих понятий объясняется природа излучения половины переменной составляющей поля тяготения, значительная часть которой может трансформироваться в тепловую энергию через приливные трения. Таким образом, теорема о нериале справедлива и для переменной составляющей поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием тел и определяемого через взаимную потенциальную энергию.

Введенный ряд новых понятий позволяет дать новую интерпретацию сбобщенного третьего закона Кеплера и новое объяснение смещения перигелия планеты в системе планета — звезда. Эта интерпретация позволяет также уточнить закон всемирного тяготения Ньютона. Из уточненного (нового) закона всемирного тяготения следует неприменимость принципа эквивалентности инертной и гравитационной масс при гравитационном взаимодействии.

ствия тел с конечными и сопоставимыми массами, из которого исходили на протяжении столетий сторонники классической и релятивистской механики. Рассчитанные на основе новой концепции три наиболее известных астрономических теста как в пределах Солнечной системы, так и вне ее, подтверждают справедливость излагаемых ниже представлений о некоторых проявлениях гравитации.

ЧАСТЬ 1

**УПРУГОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО
ПОЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ**

ОСЦИЛЛЯЦИЯ ПРИЛИВНОГО ПОТЕНЦИАЛА ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ В КЕПЛЕРОВСКОЙ ЗАДАЧЕ ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ТЕЛ

Рассмотрим кеплеровскую задачу движения планеты в центральном ньютоновском поле тяготения звезды. Планета обращается по эллиптической орбите с радиусом-вектором, направленным от центра ньютоновских сил, значительно большим ее конечных размеров, т. е. она не является чисто геометрической точкой. В рассматриваемой модели планета есть абсолютно жесткий однородный шар, вещества которого в отличие от упруго-вязкого вещества реальной планеты, естественно, не испытывает приливных возмущений под действием ньютоновских сил в свободном пространстве. Такое допущение позволяет рассматривать планету как материальную точку.

Рассмотрим другую модель, где приливный потенциал для упруговязкого вещества реальный планеты, находящегося под действием ньютоновских сил в свободном пространстве [1], распро-

страним на ту часть поля тяготения, которая порождается гравитационным взаимодействием абсолютно жестких тел — планеты и звезды, т. е. определяется взаимной потенциальной энергией, и предположим, что данная часть поля имеет не идеальную упругость — не подчиняется закону Гука (рис. 1). Тогда приливный потенциал поля, определяемого через взаимную потенциальную энергию, в точке нахождения центра массы абсолютно жесткого однородного шара-планеты в результате деформации круговой орбиты в эллиптическую определяется выражением:

$$\varphi_{g \text{ np}}^* = \frac{GM \dot{r}_1^2}{r_0^3} \left\{ P_2(\psi) + \frac{\dot{r}_1}{r_0} P_3(\psi) + \dots \right\} = \sum_{n=2}^{\infty} \varphi_n^*, \quad (1)$$

где $\varphi_n^* = \frac{GM \dot{r}_1^n}{r_0^{n+1}} P_n(\psi)$ — приливная составляющая n -го порядка; $P_n(\psi)$ — полиномы Лежандра; G — гравитационная постоянная; M — масса звезды; r_0 — средний радиус орбиты планеты; \dot{r}_1 — отклонение от среднего радиуса орбиты планеты, не совпадающее с текущим радиусом-вектором планеты. Поскольку в процессе перехода планеты с круговой орбиты на эллиптическую и наоборот (рис. 1) максимальное отклонение от среднего радиуса орбиты планеты принимается $\dot{r}_{1 \text{ max}}^* < r_0$, то ограничимся вторым полиномом Лежандра

$$P_2(\psi) = \frac{1}{2}(3 \cos^2 \psi - 1).$$

Рассмотрим теперь модель, в которой упругость гравитационного поля, определяемого через взаимную потенциальную энергию, является идеальной — подчиняется закону Гука. Тогда приливный потенциал поля при времени гравитационного взаимодействия на много порядков меньше периода обращения планеты действует только вдоль текущего радиуса-вектора планеты, и углы у полиномов Лежандра всегда равны нулю (рис. 2):

$$\varphi_{g \text{ np}} \cong \frac{GM \dot{r}_1^2}{2r_0^3} (3 \cos^2 0 - 1) = \frac{GM \dot{r}_1^2}{r_0^3}. \quad (2)$$

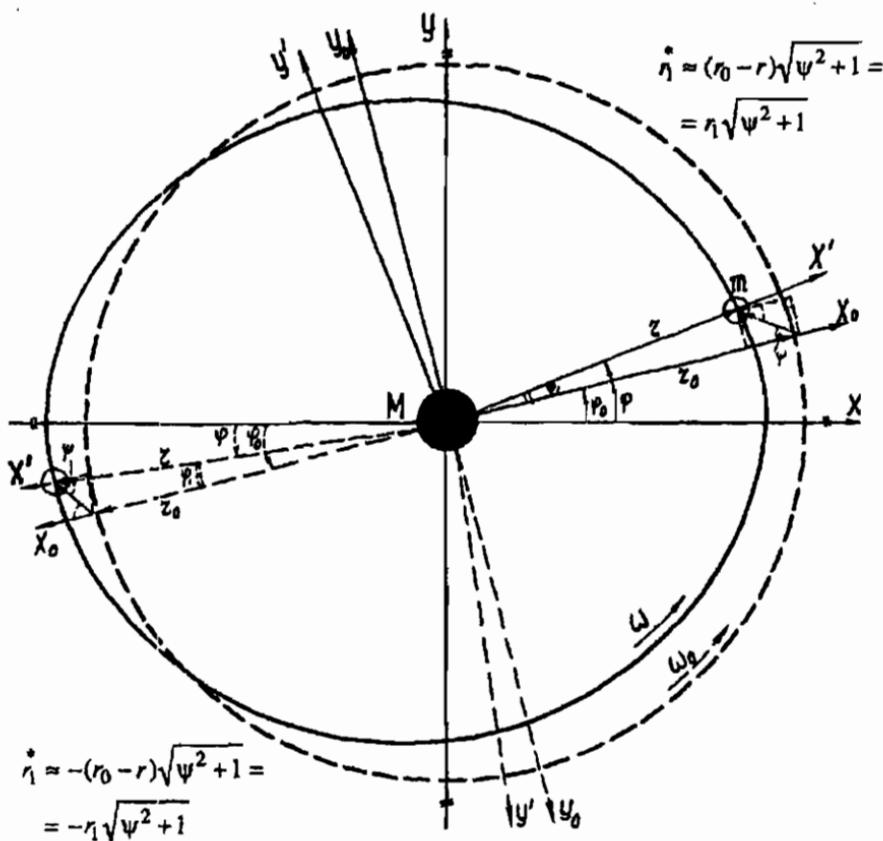


Рис. 1. Приливный потенциал $\dot{\varphi}_{gp} = \frac{GM}{r_0^3} \dot{r}_1^2 (3 \cos^2 \psi - 1)$ не идеально упругого поля тяготения взаимодействующих гравитационно абсолютно жестких тел: XYZ — система координат, оси которой ориентированы на неподвижные звезды; $X_0Y_0Z_0$ — равномерно вращающаяся система координат, по оси X_0 которой направлен радиус-вектор \vec{r}_0 круговой орбиты, равный большой полуоси эллипса; $X'Y'Z'$ — неравномерно вращающаяся система координат, по оси X' которой направлен текущий радиус-вектор абсолютно жесткого тела (планеты); $\vec{r} \cong \pm(\vec{r}_0 - \vec{r})\sqrt{\tan^2 \psi + 1} \approx \pm(\vec{r}_0 - \vec{r})\sqrt{\psi^2 + 1} = \pm r_1\sqrt{\psi^2 + 1}$ — вектор сжатия (расширения) не идеально упругого гравитационного поля при углах $\psi \ll 1$, поскольку вектора \vec{r} и \vec{r}_0 почти совпадают (на рисунке углы ψ даны в увеличенном масштабе)

Очевидно, что при движении планеты по эллиптической орбите, приливный потенциал идеально упругого гравитационного поля, определяемого через взаимную потенциальную энергию, имеет разные значения и знак, т. е. при углах $\psi = 0$ изменяется по гармоническому закону.

Приливный потенциал как функция круговой частоты обращения планеты вокруг звезды с учетом только вторых полиномов Лежандра определяется выражением:

$$\bar{\bar{\varphi}}_{g\text{,пр}} = \frac{GM}{r_0^3} r_{1\text{max}}^2 (1 + \cos 2\omega_0 t), \quad (3)$$

где $r_{1\text{max}} = \pm(r_0 - r)_{\text{max}}$.

Соответственно и энергия гравитационного поля, определяемого через взаимную потенциальную энергию, имеет переменную составляющую

$$\bar{\bar{U}}_g = \frac{GMm}{r_0^3} r_{1\text{max}}^2 \cos^2 \omega_0 t = \frac{GMm}{r_0^3} r_{1\text{max}}^2 (1 + \cos 2\omega_0 t). \quad (4)$$

Полная энергия движения планеты с массой m в центральном идеально упругом осциллирующем гравитационном поле при скорости движения планеты по орбите на много порядков меньшей скорости гравитационного взаимодействия ($\varphi_1 \rightarrow 0$ при $|\vec{r}| \neq |\vec{r}_0|$, см. рис. 2) имеет вид

$$U_{\text{полн}} = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{m(r_0 + r_1)^2 \dot{\varphi}_0^2}{2} + \frac{GMm}{r_0 + r_1}. \quad (5)$$

Разложим в формуле (5) потенциальную энергию в биномиальный ряд Ньютона, учитывая, что $r_1 < r_0$:

$$\begin{aligned} U_{\text{полн}} = & \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{m(r_0 + r_1)^2 \dot{\varphi}_0^2}{2} + \\ & + \frac{GMm}{r_0} - \frac{GMmr_1}{r_0^2} + \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} - \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Далее, ограничиваясь тремя членами разложения потенциальной энергии, раскроем второй член выражения для кинетической

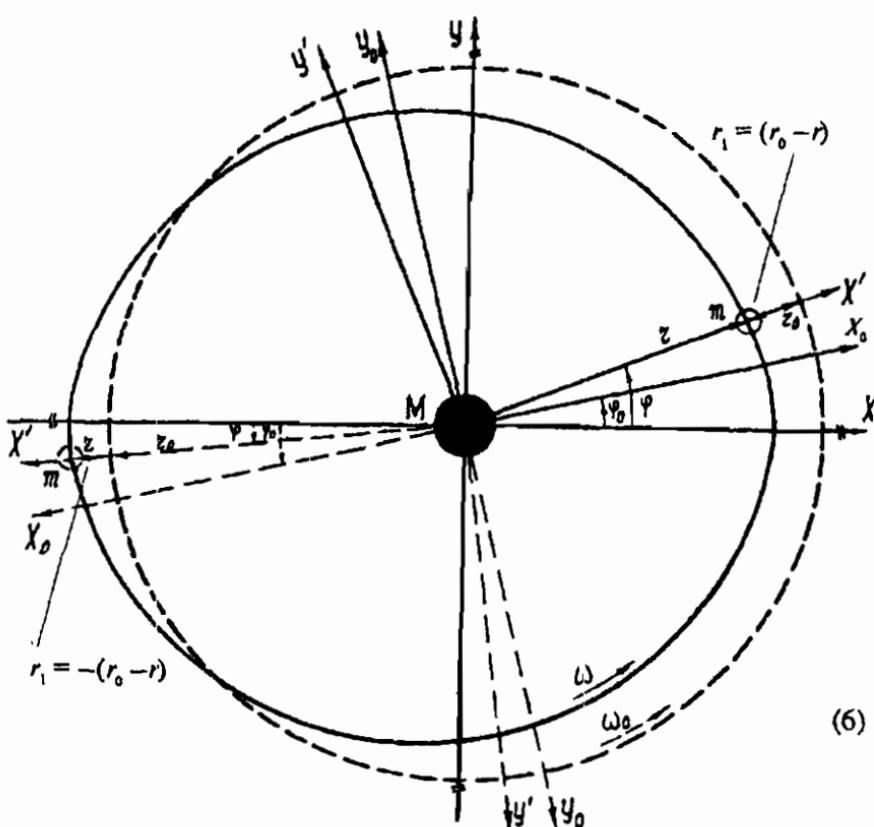


Рис. 2. Приливный потенциал $\varphi_{g,\text{пр}} \approx \frac{GMr_1^2}{r_0^3} (3\cos^2\theta - 1) = \frac{GMr_1^2}{r_0^3}$ идеально упругого поля тяготения взаимодействующих гравитационно абсолютно жестких тел: XYZ — система координат, оси которой ориентированы на неподвижные звезды; $X'Y'Z'$ — неравномерно вращающаяся система координат возмущенного гравитационного поля (эллиптическая орбита), по оси X' которой направлены текущий радиус-вектор \vec{r} абсолютно жесткого тела (планеты) и радиус-вектор \vec{r}_0 круговой орбиты; $X_0Y_0Z_0$ — равномерно вращающаяся система координат невозмущенного гравитационного поля (круговая орбита); $\vec{r}_1 = (\vec{r}_0 - \vec{r})$ — вектор сжатия (расширения) идеально упругого гравитационного поля

энергии:

$$\begin{aligned} U_{\text{полн}} \cong & \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{mr_0^2\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{2mr_0r_1\phi_0^2}{2} + \frac{mr_1^2\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{GMm}{r_0} - \frac{GMmr_1}{r_0^2} + \\ & + \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{mr_1^2\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} + \frac{mr_0^2\dot{\phi}_0^2}{2} + \\ & + \frac{GMm}{r_0} - \frac{GMmr_1}{r_0^2} + mr_0r_1\phi_0^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь:

$$\bar{\bar{U}}_{g\text{ эф}} = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{mr_1^2\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \quad (8)$$

— «эффективная» осциллирующая гравитационная энергия, где
 $\bar{\bar{U}}_k^\perp$ — осцилляция со средним значением радиальной составляющей кинетической энергии, а

$$\bar{\bar{U}}_k^\perp = \frac{mr_1^2\dot{\phi}_0^2}{2} - \frac{\bar{J}\omega_0^2}{2}$$

— осцилляция со средним значением тангенциальной составляющей кинетической энергии движения планеты в переменном гравитационном поле;

$$\bar{U}_{g\text{ эф}} = \frac{mr_0^2\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{GMm}{r_0} \quad (9)$$

— «эффективная» средняя гравитационная энергия, где

$$\bar{U}_k^\perp = \frac{mr_0^2\dot{\phi}_0^2}{2} = \frac{\bar{J}\omega_0^2}{2}$$

— кинетическая энергия кругового равномерного обращения планеты вокруг звезды;

$$\tilde{U}_{g\text{ кул}} = -\frac{GMmr_1}{r_0^2} = \bar{F}_g r_{1\max} \cos \omega_0 t \quad (10)$$

— осциллирующая гравитационная энергия «кулоновой» части поля взаимодействия, где

$$\bar{F}_g = -\frac{GMm}{r_0^2}$$

— средняя гравитационная сила;

$$\tilde{U}_{\text{ин.кул}} = mr_1 r_1 \dot{\phi}_0^2 = \bar{F}_{\text{ин}} \cdot r_{1\max} \cos \omega_0 t \quad (11)$$

— осцилирующая инерциальная энергия «кулоновой» части поля взаимодействия, где $\bar{F}_{\text{ин}} = mr_0 \dot{\phi}_0^2$ — средняя инерциальная сила.

Момент инерции J центра массы планеты относительно орбитальной оси, проходящей через центр инерции — центр массы звезды — перпендикулярно плоскости эллиптической орбиты планеты, равен сумме переменного момента инерции со средним значением $\bar{J} = mr_1^2$ относительно оси, проходящей параллельно орбитальной через центр инерции осцилляции в упругом гравитационном поле массы m планеты, и произведения массы m планеты на квадрат расстояния r_0^2 между осями, т. е. среднего момента инерции $\bar{J} = mr_0^2$:

$$J = \bar{J} + \bar{J} = mr_1^2 + mr_0^2. \quad (12)$$

Соответственно орбитальный момент количества движения $K_{\text{дв}}$ планеты состоит из переменного момента количества движения со средним значением $\bar{K}_{\text{дв}} = mr_1^2 \omega_0 = \bar{J} \omega_0$ и среднего момента количества движения $\bar{K}_{\text{дв}} = mr_0^2 \omega_0 = \bar{J} \omega_0$:

$$K_{\text{дв}} = \bar{K}_{\text{дв}} + \bar{K}_{\text{дв}} = mr_1^2 \omega_0 + mr_0^2 \omega_0. \quad (13)$$

Вектор орбитального момента количества движения

$$\vec{K}_{\text{дв}} = m(r_0^2 + r_1^2) \vec{\omega}_0 = J \vec{\omega}_0,$$

совпадающий с орбитальной осью перпендикулярной плоскости эллиптической орбиты планеты (возмущенное гравитационное поле), прецессирует относительно вектора орбитального момента количества движения $\vec{K}_{\text{дв}} = mr_0^2 \vec{\omega}_0 = \bar{J} \vec{\omega}_0$, совпадающего с орбитальной осью перпендикулярной плоскости круговой орбиты (невозмущенное гравитационное поле). При этом угловая скорость прецессии определяется из уравнения

$$\frac{J \omega_0 \omega_{\text{прец}}}{2} - mr_0 r_1 \omega_0^2 = 0,$$

или

$$\frac{K_{\text{дв}} \omega_{\text{прец}}}{2} - mr_0 r_1 \omega_0^2 = 0,$$

т. е.

$$\omega_{\text{прец}} = \frac{2mr_0 \omega_0^2}{K_{\text{дв}}} r_{1\max} \cos \omega_0 t = \frac{2mr_0 \omega_0}{J} r_{1\max} \cos \omega_0 t. \quad (14)$$

Учитывая, что $\vec{K}_{\text{дв.ср}} = \vec{\tilde{K}}_{\text{дв.ср}} + \vec{\bar{K}}_{\text{дв}}$, то средняя угловая скорость прецессии

$$\bar{\omega}_{\text{прец}} = \frac{2mr_0 \omega_0 r_{1\max}}{mr_0^2 + m \cdot 0,5r_{1\max}^2} = \frac{2r_0 \omega_0 (r_0 e)}{r_0^2 + 0,5(r_0 e)^2} = \omega_0 \left(\frac{2e}{1 + 0,5e^2} \right), \quad (15)$$

где $\omega_0 = 2\pi \frac{1}{T_{\text{сид}}} = 2\pi f_0$. Отсюда средний период прецессии через сидерический (звездный) период обращения планеты

$$\bar{T}_{\text{прец}} = T_{\text{сид}} \cdot \left(\frac{1 + 0,5e^2}{2e} \right) = T_{\text{сид}} : \left(\frac{2 + e^2}{4e} \right). \quad (16)$$

Таким образом, два последних члена в выражении (7) для энергии планеты в осциллирующем гравитационном поле ответственны за прецессионное движение плоскости эллиптической орбиты, а их интеграл за полный период обращения планеты равен нулю.

Опишем ту часть переменной составляющей поля, которая объясняет радиальное механическое движение планеты при обращении по эллиптической орбите, т. е. составим функцию Лагранжа осциллятора с массой m планеты в предположении, что поле тяготения, порождаемое гравитационным взаимодействием звезды и планеты, имеет свойство, подобное свойству возмущенной пружины с массой m на одном конце и равномерно обращающейся вокруг центра инерции (практически совпадающего с центром массы звезды) на другом (рис. 3):

$$L = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{mr_1^2 \dot{\varphi}_0^2}{2} - \frac{GMmr_1^2}{r_0^3}, \quad (17)$$

или

$$L = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} + \frac{mr_1^2 \dot{\varphi}_0^2}{2} + \bar{F}_g \frac{r_1^2}{r_0},$$

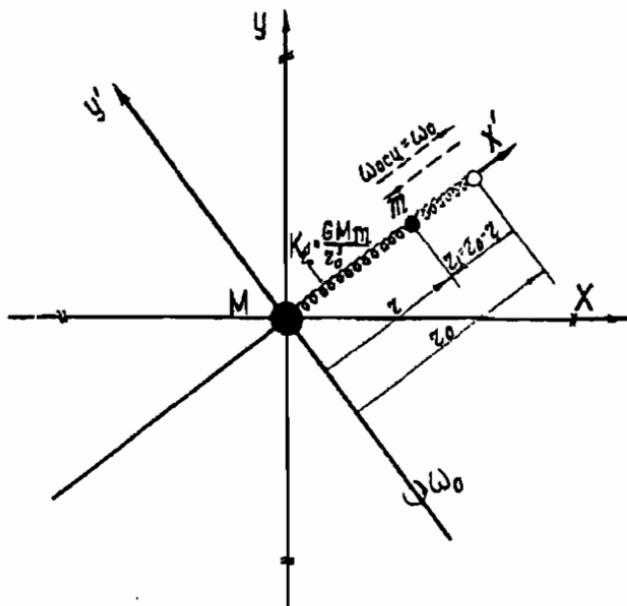


Рис. 3. Механическая модель переменного поля тяготения как осциллятора с «жесткостью» $K_g = \frac{GMm}{r_0^3}$ и центром инерции, совпадающим с центром массы M звезды: XYZ — система координат, оси которой ориентированы на неподвижные звезды; $X'Y'Z'$ — равномерно вращающаяся с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}}$ система координат, на оси X' которой расположен осциллятор с массой m абсолютно жесткого тела (планеты)

где

$$\bar{F}_g = -\frac{GMm}{r_0^2} = -\frac{GMm}{r_0^3}r_0 = -K_g r_0$$

— средняя «упругая» сила, а $K_g = \frac{GMm}{r_0^3}$ — «жесткость» поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием звезды и планеты.

Исходя из уравнения движения Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}_1} - \frac{\partial L}{\partial r_1} = 0$$

для функции L Лагранжа с координатой r_1 и скоростью \dot{r}_1 , получим дифференциальное уравнение осциллятора, связывающее координату r_1 и ускорение \ddot{r}_1 движения массы m планеты в переменном гравитационном поле

$$m\ddot{r}_1 - m\phi_0^2 r_1 + 2 \frac{GMm}{r_0^3} r_1 = 0. \quad (18)$$

Из третьего закона Кеплера известно, что время обращения планеты по эллиптической орбите относительно неподвижных звезд — сидерический период движения, определяется выражением $T_{\text{сид}} = \pi \alpha \sqrt{\frac{m}{2|U|^3}}$ [2]. Подставляя значения

$$\alpha = GMm \quad \text{и} \quad |U|^3 = \left| \frac{U(r_0)}{2} \right|^3 = \left| \frac{GMm}{2r_0} \right|^3$$

в выражение для $T_{\text{сид}}$, найдем

$$T_{\text{сид}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{GM}}.$$

Отсюда получаем квадрат круговой частоты обращения планеты по орбите:

$$\omega_0^2 = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{сид}}} \right)^2 = \frac{GM}{r_0^3}.$$

Произведение квадрата частоты $\omega_0^2 = \phi_0^2$ на массу m планеты есть «жесткость» поля взаимодействия:

$$K_g = m\phi_0^2 = \frac{GMm}{r_0^3}.$$

Поэтому дифференциальное уравнение осциллятора принимает вид

$$m\ddot{r}_1 + K_g r_1 = 0, \quad \text{или} \quad \ddot{r}_1 + \frac{K_g}{m} r_1 = 0, \quad (19)$$

где

$$\omega_{\text{осц}} = \sqrt{\frac{K_g}{m}} = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}}, \quad (20)$$

т. е. частота осцилляции переменной составляющей поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием звезды и планеты, равна круговой частоте обращения планеты по орбите.

Соответственно функция Лагранжа осциллятора имеет вид

$$L = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} - \frac{GMmr_1^2}{2r_0^3} \quad \text{или} \quad L = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} - \frac{K_g r_1^2}{2}. \quad (21)$$

При этом осцилляция энергии переменного гравитационного поля происходит в противофазе с осцилляцией радиальной составляющей и совпадает по фазе с осцилляцией тангенциальной составляющей энергии переменного кинетического движения планеты:

$$\bar{\bar{U}}_g = \frac{GMr}{r_0^3} r_{1\max}^2 \cos^2 \omega_0 t = \frac{GMr}{2r_0^3} r_{1\max}^2 (1 + \cos 2\omega_0 t); \quad (22)$$

$$\bar{\bar{U}}_k^{\parallel} = \frac{m\omega_0^2}{2} r_{1\max}^2 \sin^2 \omega_0 t = \frac{m\omega_0^2}{4} r_{1\max}^2 (1 - \cos 2\omega_0 t); \quad (23)$$

$$\bar{\bar{U}}_k^{\perp} = \frac{m\omega_0^2}{2} r_{1\max}^2 \cos^2 \omega_0 t = \frac{m\omega_0^2}{4} r_{1\max}^2 (1 - \cos 2\omega_0 t). \quad (24)$$

В функцию Лагранжа осциллятора (21) входит только половина энергии переменной составляющей гравитационного поля, определяемого через взаимную потенциальную энергию. Следовательно, в результате выноса из системы переменной части момента импульса вторая половина излучается в пространство и равна

$$\bar{\bar{U}}_{g\text{ изл}} = \frac{\bar{\bar{U}}_g}{2} = \frac{GMr}{2r_0^3} r_{1\max}^2 \cos^2 \omega_0 t = \frac{m\omega_0^2}{2} r_{1\max}^2 \cos^2 \omega_0 t. \quad (25)$$

Энергия излучения равна половине энергии переменной составляющей поля гравитации при условии, что планета и звезда являются абсолютно жесткими телами и не происходит рассеяния энергии излучения поля в виде тепловой энергии через вязкое трение вещества планеты и звезды.

Вычислим, к примеру, среднюю энергию и мощность излучения переменной составляющей поля гравитации за один оборот обращения Меркурия вокруг Солнца в предположении, что Мер-

курий и Солнце абсолютно жесткие тела:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{g\text{ изл}} &= 0,5 \bar{U}_g = \frac{1}{2} \frac{GM_{\odot} m_{\oplus} r_{1\text{ max}}^2}{2r_{\oplus}^3} = \\ &= \frac{6,672031402 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 5,789437569^3 \cdot 10^{36}} \cdot 1,989085993 \cdot 10^{33} \times \\ &\quad \times 3,28581 \cdot 10^{26} \cdot 1,190308364^2 \cdot 10^{24} = 7,959832737 \cdot 10^{37} \text{ эрг.}\end{aligned}$$

Здесь:

$$M_{\odot} = 1,989085993 \cdot 10^{33} \text{ г}$$

— масса Солнца;

$$m_{\oplus} = 0,055m_{\oplus} = 0,055 \cdot 9742 \cdot 10^{27} \text{ г} = 3,28581 \cdot 10^{26} \text{ г}$$

— масса Меркурия;

$$\begin{aligned}r_{\oplus} &= 0,387 \cdot 1,4959787 \cdot 10^{13} \text{ см} = 5,789437569 \cdot 10^{12} \text{ см} = \\ &= 57,89437569 \cdot 10^6 \text{ км}\end{aligned}$$

— средний радиус орбиты Меркурия;

$$r_{1\text{ max}} = e_{\oplus} \cdot r_{\oplus} = 0,2056 \cdot 5,789437569 \cdot 10^{12} = 1,190308364 \cdot 10^{12} \text{ см}$$

— максимальное отклонение от среднего радиуса орбиты Меркурия, где $e_{\oplus} = 0,2056$ — эксцентриситет орбиты Меркурия;

$$\bar{P}_{g\text{ изл}} = \frac{\bar{U}_{g\text{ изл}}}{T_{\text{сид}}} = \frac{7,959832737 \cdot 10^{37}}{7,579855954 \cdot 10^6} = 1,050129816 \cdot 10^{31} \text{ эрг/с},$$

где $T_{\text{сид}} = 87,97 \text{ сут} \cdot 86164,10087 \text{ с} = 7,579855954 \cdot 10^6 \text{ с}$ — сидерический период обращения Меркурия вокруг Солнца, т. е. период обращения Меркурия относительно неподвижных звезд; $t_{\text{сут}} = 86164,10087 \text{ с}$ — звездные сутки в секундах, т. е. период вращения Земли относительно неподвижных звезд.

Рассмотрим влияние излучения переменного поля гравитации на параметры двойной системы в трех случаях:

- при гравитационном взаимодействии абсолютно жестких тел с произвольной орбитальной частотой обращения ($\omega_{\text{орб}}$) планеты вокруг звезды и произвольной частотой вращения планеты ($\omega_{\text{пл}}$) вокруг своей оси;
- при гравитационном взаимодействии упруговязких тел с орбитальной частотой обращения ($\omega_{\text{орб}}$) планеты вокруг звезды, равной частоте вращения планеты ($\omega_{\text{пл}}$) вокруг своей оси;
- при гравитационном взаимодействии упруговязких тел с орбитальной частотой обращения ($\omega_{\text{орб}}$) планеты вокруг звезды, отличной от частоты вращения планеты ($\omega_{\text{пл}}$) вокруг своей оси.

1. Для абсолютно жестких тел излучение энергии сопровождается уменьшением массы планеты и звезды при неизменной средней кинетической энергии орбитального движения планеты. Как известно, общая энергия, характеризующая орбитальное движение, равна половине взаимной потенциальной энергии поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием двух масс

$$\bar{U}_k = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{r_0},$$

где \bar{U}_k — средняя кинетическая энергия движения планеты.

При излучении энергии, равной половине переменной составляющей поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием двух абсолютно жестких тел:

$$\frac{d\bar{U}_k}{dt} = -\frac{Gm}{2r_0} \frac{dM}{dt} - \frac{GM}{2r_0} \frac{dm}{dt} + \frac{GMm}{2} \frac{1}{r_0^2} \frac{dr_0}{dt} = 0, \quad (26)$$

или

$$\frac{1}{r_0} \frac{dr_0}{dt} = \frac{1}{M} \frac{dM}{dt} + \frac{1}{m} \frac{dm}{dt} < 0.$$

Уменьшение массы планеты и звезды сопровождается уменьшением большой полуоси эллипса, так что среднее расстояние между планетой и звездой уменьшается. Уменьшается также и эксцентриситет. Уменьшение эксцентриситета следует из «интеграла площадей» [2] в силу закона сохранения среднего орбитального

момента импульса $2m\mathbf{f} = T_{\text{сил}} \cdot \bar{\mathbf{M}}_{\text{имп}}$. Подставляя в это выражение значение периода движения

$$T_{\text{сил}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^2 m}{\alpha}},$$

площади эллипса

$$f = \pi r_0 b = \pi r_0 \frac{P}{\sqrt{1 - e^2}} = \pi r_0 \frac{\bar{M}_{\text{имп}}^2}{m \alpha (1 - e^2)}$$

и значение $\alpha = GMm$, получаем выражение для среднего орбитального момента импульса:

$$\bar{M}_{\text{имп}} = \sqrt{GMr_0(1 - e^2)} \cdot m.$$

Дифференцируя последнее выражение по времени, получаем

$$\frac{e}{1 - e^2} \frac{de}{dt} = \frac{1}{m} \frac{dm}{dt} + \frac{1}{2M} \frac{dM}{dt} + \frac{1}{2r_0} \frac{dr_0}{dt}, \quad (27)$$

т. е. эксцентриситет уменьшается со временем, так как производные $\frac{dm}{dt}$, $\frac{dM}{dt}$ и $\frac{dr_0}{dt}$ одного знака.

При сохранении средней кинетической энергии орбитального движения планеты из системы выносится переменный момент количества движения со средним значением $\bar{K}_{\text{дв}} = mr_1^2 \omega_0 = \bar{J} \omega_0$, и, следовательно, переменная кинетическая энергия орбитального движения не сохраняется. Поэтому в пределе при $t \rightarrow \infty$ происходит затухание гравитационного излучения, и орбита планеты стремится с круговой, но с меньшим радиусом ($r_0^* < r_0$).

2. В действительности реальные планеты и звезды в первом приближении представляют собой однородные шары, заполненные упруговязким веществом. Поэтому большая часть энергии излучения переменной составляющей поля гравитации рассеивается через приливные трения. При этом среднее расстояние планета—звезда, а также эксцентриситет орбиты могут как увеличиваться, так и уменьшаться в зависимости от угловой частоты вращения планеты вокруг своей оси и угловой частоты обращения по орбите

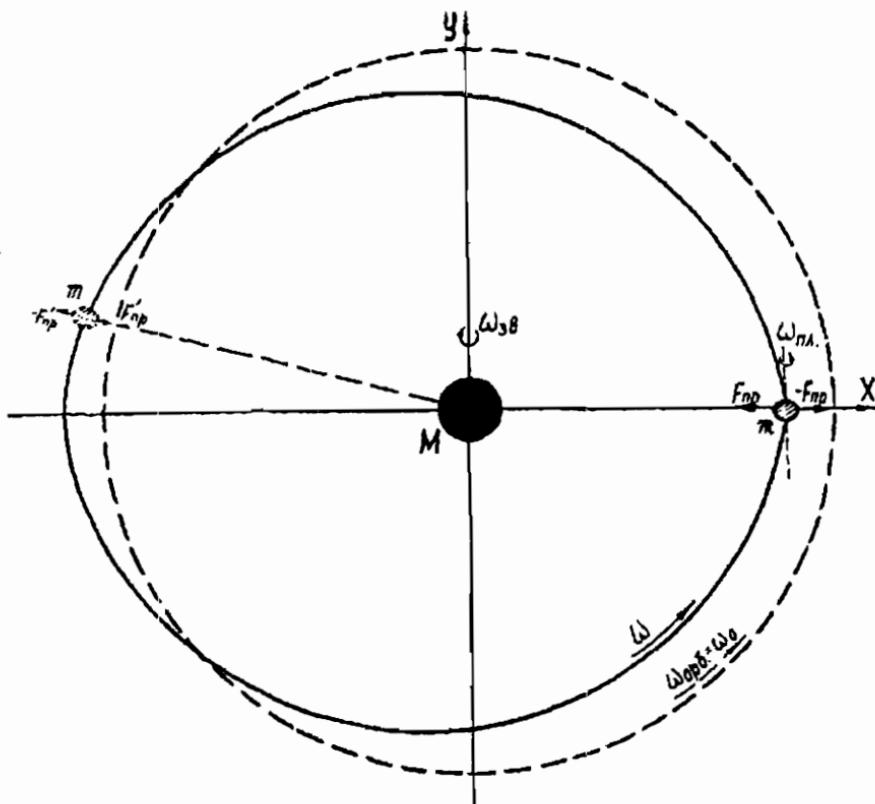


Рис. 4. Переменные приливообразующие силы ($F'_\text{пр} < F_\text{пр}$) с эксцентриситетом орбиты планеты $e \neq 0$ и обращением вокруг звезды со средней частотой $\omega_\text{орб} = \omega_\text{пл}$

при данном свойстве вещества планеты, характеризуемом безразмерным числом Лява.

Для однородной планеты с плотностью ρ , ускорением силы тяжести на поверхности g и жесткостью $K_\text{пл}$ это число определяется формулой [1]:

$$\mathcal{L} = \frac{3}{2 \left(1 + \frac{19 K_\text{пл}}{2 g r_\text{пл}} \right)},$$

где $r_\text{пл}$ — радиус планеты.

В частности, для планеты, угловая частота орбитального обращения которой равна ее угловой частоте вращения вокруг своей оси, силы трения, возникающие при радиальных приливных деформациях, рассеивают в виде теплового разогрева планеты и звезды большую часть энергии излучения переменного поля гравитации (рис. 4).

Убыль масс планеты и звезды происходит из-за гравитационного и теплового излучения. Так как средняя энергия орбитального движения и средний орбитальный момент количества движения планеты остаются постоянными (приливные силы радиальные), то большая полуось эллипса (расстояние планета-звезда) и эксцентриситет уменьшаются точно так же как и для случая чисто гравитационного излучения, причем, если тепловая энергия полностью излучается в окружающее пространство, то скорость изменения параметров орбиты также не отличается от случая чисто гравитационного излучения.

3. При угловой частоте вращения планеты вокруг си отличной от орбитальной, приливные выступы из-за трения вещества планеты направлены не по прямой, соединяющей центры масс планеты и звезды, а под некоторым углом δ к ней (рис. 5). Гравитационное притяжение, действующее на выступы, становится асимметричным, в результате чего на планету действует момент сил и равный, но противоположно направленный момент действует на звезду.

Моменты сил изменяют скорость движения планеты по орбите, а также угловые частоты вращений звезды и планеты вокруг своих осей. Например, если планета и звезда имеют прямые вращения вокруг своих осей, т. е. в ту же сторону, что и обращение по орбите планеты, то моменты сил уменьшают скорость движения планеты по орбите и угловые частоты вращений звезды и планеты вокруг своих осей. При этом в суммарном моменте количества движения системы планета — звезда увеличивается средний орбитальный момент количества движения и, соответственно, уменьшаются моменты количества движения звезды и планеты вокруг своих осей.

При чисто круговой орбите с радиусом r_0 моменты сил постоянны и перераспределение момента количества движения в системе планета — звезда происходит непрерывно в одном направлении,

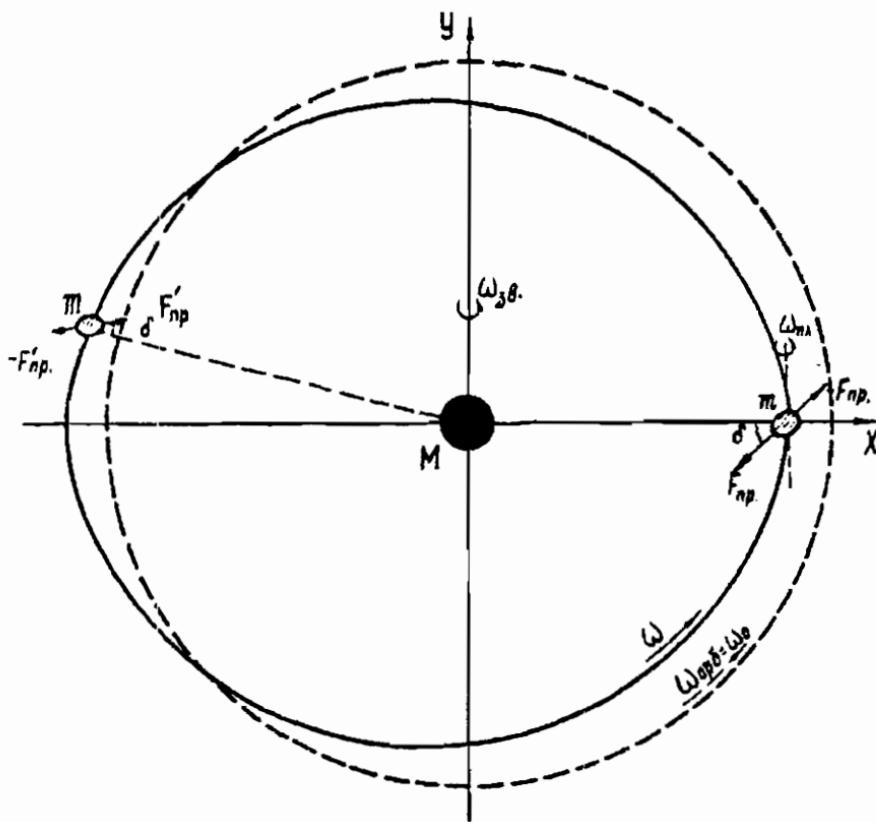


Рис. 5. Переменные приливообразующие силы ($F'_{\text{пр}} < F_{\text{пр}}$) с эксцентриситетом орбиты планеты $e \neq 0$ и обращением вокруг звезды со средней частотой $\omega_{\text{орб}} < \omega_{\text{пл}}$

в данном случае в сторону увеличения орбитального среднего момента количества движения $\bar{K}_{\text{дв}}$ планеты со скоростью [1]:

$$\frac{d\bar{K}_{\text{дв}}}{dt} = L_{\text{пр}} = \frac{1}{\bar{K}_{\text{дв}}} \frac{d\bar{U}_{\kappa}}{dt} > 0, \quad (28)$$

где $L_{\text{пр}}$ — постоянный момент приливных сил, а $\frac{d\bar{K}_{\text{дв}}}{dt}$ — средний импульс приложенный к планете.

Вследствие увеличения механической энергии орбитального движения среднее расстояние планета–звезда увеличивается

со скоростью

$$\frac{1}{r_0^2} \frac{dr_0}{dt} = \frac{2}{GMm} \frac{d\bar{U}_k}{dt} > 0. \quad (29)$$

Взаимная потенциальная энергия постоянного поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием тел, и масса поля взаимодействия

$$m_g = \frac{GMm}{c^2 r_0}$$

уменьшаются со скоростью увеличения расстояния. Таким образом, постоянное поле тяготения совершает работу при перемещении планеты по радиусу орбиты с потерей собственной энергии.

Однако при движении по эллиптической орбите моменты сил наряду с постоянной составляющей имеют переменную составляющую, которая в среднем за период обращения планеты не перераспределяет моменты количества движения в суммарном моменте количества движения системы планета — звезда. Переменные приливообразующие силы трения, направленные по касательным к поверхностям планеты и звезды, рассеивают в виде теплового разогрева большую часть энергии излучения переменного поля гравитации. При этом если скорость излучения переменного поля гравитации, трансформированного через приливные трения в тепловое излучение, больше скорости уменьшения постоянного поля гравитации, которая зависит от постоянной составляющей моментов сил, то расстояние планета—звезда и эксцентриситет уменьшаются точно так же, как в случаях 1 и 2, но с меньшей скоростью.

Для эксцентриситета меньшая скорость определяется тем, что постоянная составляющая моментов сил стремится увеличить эксцентриситет со скоростью [1]:

$$\frac{de}{dt} = \frac{L_{\text{пр}}}{\bar{M}_{\text{имп}}} [2 \cos \varphi + e(1 + \cos^2 \varphi)], \quad (30)$$

где угол φ — истинная аномалия, т. е. внешний угол между большой полуосью эллиптической орбиты планеты и радиусом-вектором с началом, смещенным в центре звезды (фокус эллипса), а концом, совмещенным с центром планеты.

Гравитационное же излучение стремится уменьшить эксцентриситет со скоростью

$$\frac{e}{1 - e^2} \frac{de}{dt} = \frac{1}{m} \frac{dm}{dt} + \frac{1}{2M} \frac{dM}{dt} + \frac{1}{2r_0} \frac{dr_0}{dt}.$$

Из этого следует, что при движении планеты по эллиптической орбите постоянный момент сил преобразует энергию постоянной составляющей поля гравитации не только в механическую — увеличение радиуса орбиты, но и в излучение переменной составляющей поля.

Соображения, приведенные выше, показывают, что параметры орбиты планеты зависят от моментов сил не совсем так, как это рассмотрено в работе [1], где вообще не учитывается гравитационное излучение и его трансформация в тепловое.

1.2

СМЕЩЕНИЕ ПЕРИГЕЛИЯ ПЛАНЕТ И НОВЫЙ ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Известно, что планеты обращаются не точно вокруг центра масс звезд, а вокруг центров инерции (барицентров). Центры масс звезд из-за тяготения со стороны планет также обращаются вокруг центров инерции по небольшим орбитам. Поэтому кеплеровская задача движения системы планета — звезда сводится к задаче движения одного тела с приведенной массой

$$\mu = \frac{Mm}{M+m}$$

в центральном внешнем поле с потенциальной энергией, пропорциональной $1/r$.

По аналогии предположим, что в осцилляторе, описывающем упругие свойства возмущенного поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием тел, задача сводится к движению

тела с приведенной массой

$$\mu' = \frac{Mm}{M+m}$$

в центральном внешнем поле с потенциальной энергией, пропорциональной r_1^2 (рис. 6).

Функция Лагранжа осциллятора принимает вид

$$L = \frac{\mu' \dot{r}_1^2}{2} - \frac{K_g r_1^2}{2}, \quad (31)$$

где $K_g = \frac{GMm}{r_0^3}$ — «жесткость» гравитационного поля, порождаемого гравитационным взаимодействием тел.

Умножение функции Лагранжа осциллятора на любой постоянный множитель не меняет уравнения движения.

Умножив функцию Лагранжа осциллятора на множитель

$$\frac{M+m}{M},$$

приходим к функции вида

$$L = \frac{m\dot{r}_1^2}{2} - \frac{K'_g r_1^2}{2}, \quad (32)$$

где $K'_g = \frac{GMm}{r_0^3} \left(1 + \frac{m}{M} \right)$ — «жесткость» гравитационного поля, порождаемого гравитационным взаимодействием тел, с учетом тяготения планетной звезды.

Угловая частота осцилляции переменного гравитационного поля с учетом тяготения планетной звезды определяется выражением

$$\omega'_{\text{осц}} = \omega'_0 = \sqrt{\frac{K'_g}{m}} = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}} \cdot \sqrt{1 + \frac{m}{M}} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{m}{M}}, \quad (33)$$

где $0 < \frac{m}{M} \leqslant 1$.

Из-за возмущения массой m планеты в радиальном направлении переменного гравитационного поля осцилляция энергии поля

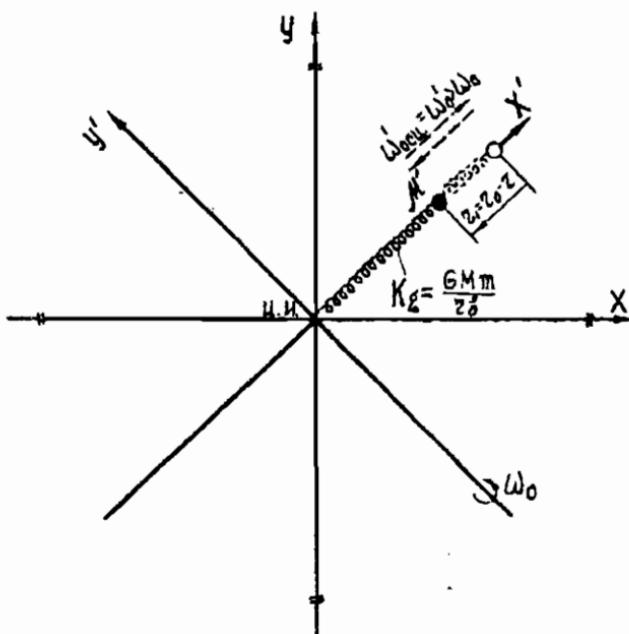


Рис. 6. Механическая модель переменного поля тяготения как осциллятора с «жесткостью» $K_g = \frac{GMm}{r_0^3}$ и центром инерции (ц. и.), свободным от массы M : XYZ — система координат, оси которой ориентированы на неподвижные звезды; $X'Y'Z'$ — равномерно вращающаяся с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}}$ система координат, по оси X' которой совмещен осциллятор с приведенной массой $\mu' = \frac{Mm}{M+m}$ абсолютно жестких тел (планеты и звезды)

и осцилляция радиальной составляющей переменной части энергии орбитального движения планеты, входящих в «эффективную» осциллирующую гравитационную энергию (8), описываются более точными формулами:

$$\begin{aligned}\bar{U}_g &= \frac{GMm}{r_0^3} \left(1 + \frac{m}{M}\right) r_{1\max}^2 \cos^2 \omega'_0 t = \\ &= \frac{GMm}{2r_0^3} \left(1 + \frac{m}{M}\right) r_{1\max}^2 [1 + \cos 2\omega'_0 t];\end{aligned}\quad (34)$$

$$\bar{\bar{U}}_k^{\parallel} = \frac{m\omega_0'^2}{2} r_{1\max}^2 \sin^2 \omega_0' t = \frac{m\omega_0'^2}{4} r_{1\max}^2 [1 - \cos 2\omega_0' t], \quad (35)$$

где $\omega_{\text{осц}}' = \omega_0' = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{m}{M}}$.

Разложив множитель $\sqrt{1 + \frac{m}{M}}$ угловой частоты $\omega_{\text{осц}}'$ в биномиальный ряд Ньютона и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, представим угловую частоту осцилляции таким образом:

$$\omega_{\text{осц}}'' = \omega_0'' \cong \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}} \left(1 + \frac{m}{2M} \right) = \omega_0 + \omega_0 \frac{m}{2M} = \omega_0 + \Delta\omega.$$

Следовательно, при линейном приближении осцилляция энергии поля и осцилляция радиальной составляющей переменной части энергии орбитального движения планеты описываются формулами:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{U}}_g &= \frac{GMm}{r_0^3} \left(1 + \frac{m}{2M} \right)^2 r_{1\max}^2 \cos^2(\omega_0 + \Delta\omega)t = \\ &= \frac{GMm}{2r_0^3} \left(1 + \frac{m}{2M} \right)^2 r_{1\max}^2 [1 + \cos 2(\omega_0 + \Delta\omega)t]; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{U}}_k^{\parallel} &= \frac{m(\omega_0 + \Delta\omega)^2}{2} r_{1\max}^2 \sin^2(\omega_0 + \Delta\omega)t = \\ &= \frac{m(\omega_0 + \Delta\omega)^2}{4} r_{1\max}^2 [1 - \cos 2(\omega_0 + \Delta\omega)t]. \end{aligned} \quad (37)$$

При этом переменное гравитационное поле в тангенциальном направлении массой m планеты невозмущено. Вследствие этого осцилляция тангенциальной составляющей переменной части энергии орбитального движения планеты, также входящая в «эффективную» осциллирующую гравитационную энергию, по-прежнему описывается формулой (24).

Поэтому между двумя составляющими переменной части энергии орбитального движения планеты возникает линейно изменяю-

щийся во времени дополнительный фазовый сдвиг

$$\Delta\varphi = \omega_0 \frac{m}{2M} t.$$

Вследствие этого результирующая частота $\omega''_0 = \omega_0 + \Delta\omega$ обращения планеты вокруг центра инерции отличается на величину $\Delta\omega = \omega_0 \frac{m}{2M}$ от частоты, выводимой из третьего закона Кеплера (рис. 7). Третий закон Кеплера тем самым не совсем точен, ибо в нем планета учитывается в качестве «пробного» тела. Согласно же изложенным выше представлениям в этом законе не учитывается влияние массы планеты на упругость гравитационного поля, порождаемого гравитационным взаимодействием двух масс и определяемого через взаимную потенциальную энергию. То же самое относится и к приливному потенциальному переменной составляющей поля, который равен сумме приливных потенциалов, создаваемых звездой и самой планетой:

$$\begin{aligned}\bar{\varphi}_{g\text{ пр}} &= \frac{GM}{r_0^3} r_{1\text{ max}}^2 \cos^2 \omega'_0 t + \frac{Gm}{r_0^3} r_{1\text{ max}}^2 \cos^2 \omega'_0 t = \\ &= \frac{G(M+m)}{r_0^3} r_{1\text{ max}}^2 \cos^2 \omega'_0 t.\end{aligned}\quad (38)$$

Отступление от третьего закона Кеплера приводит к тому, что траектория финитного движения незамкнута, т. е. текущий радиус-вектор \vec{r} за время

$$T_{\text{сил}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{GM}}$$

изменения фазы на 2π тангенциальной составляющей переменной части орбитального движения планеты повернется на угол, превышающий 2π :

$$\begin{aligned}\omega''_0 \cdot T_{\text{сил}} &= \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}} \left(1 + \frac{m}{2M}\right) \cdot 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{GM}} = \\ &= 2\pi \left(1 + \frac{m}{2M}\right) = 2\pi + \Delta\varphi_1,\end{aligned}\quad (39)$$

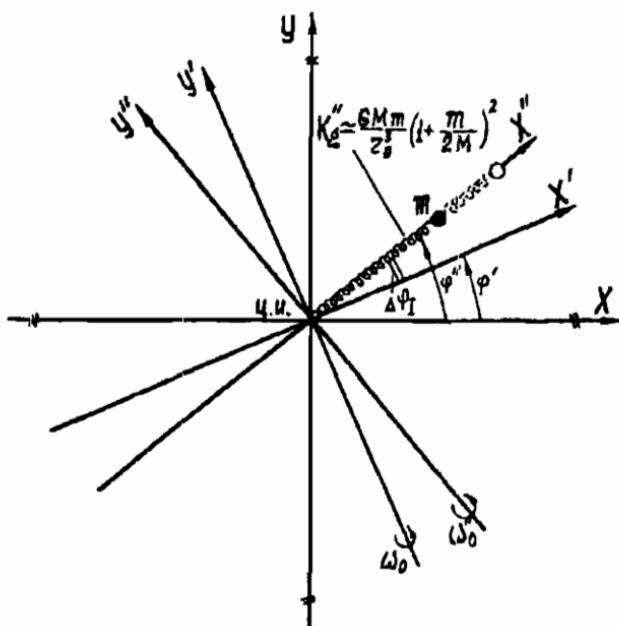


Рис. 7. Механическая модель переменного поля тяготения как осциллятора с «жесткостью» $K_g'' \cong \frac{GMm}{r_0^3} \left(1 + \frac{m}{2M}\right)^2$ и центром инерции, свободным от массы M : XYZ — система координат, оси которой ориентированы па неподвижные звезды; $X'Y'Z'$ — равномерно вращающаяся с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}}$ система координат; $X''Y''Z''$ — равномерно вращающаяся с круговой частотой $\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}} \left(1 + \frac{m}{2M}\right)$ система координат, по оси X'' которой совмещен осциллятор с массой m абсолютно жесткого тела (планеты); $\Delta\varphi_1 = \varphi'' - \varphi' = 2\pi \frac{m}{2M}$ — дополнительный угол, на который поворачивается осциллятор за время $T_{сид} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{GM}}$ изменения фазы на 2π тангенциальной составляющей переменной части орбитального движения планеты

где

$$\Delta\varphi_1 = 2\pi \frac{m}{2M} \quad (40)$$

есть смещение перигелия планеты в системе планета — звезда.

Изложенное показывает, что смещение перигелия планеты взаимосвязано с осцилляцией приливного потенциала поля тяготения, порождаемого гравитационным взаимодействием тел, и излучением гравитационно-инерциальных волн. Влияние же массы второго компонента двойной системы на «жесткость» гравитационного поля взаимодействия указывает не только на неточность третьего закона Кеплера, но и, как следствие, на неточность закона всемирного тяготения Ньютона. Новый закон всемирного тяготения, уточняющий ньютоновский закон тяготения, выражается формулой

$$\bar{F}'_g = -K'_g r_0 = -\frac{GMm}{r_0^3} \left(1 + \frac{m}{M}\right) r_0 = -\frac{GMm}{r_0^2} \left(1 + \frac{m}{M}\right). \quad (41)$$

В общей теории относительности (ОТО) смещение перигелия планеты есть следствие нелинейности шварцшильдова поля тяготения сферически симметричной массы (Солнца) и определяется формулой [3]:

$$\Delta\varphi_{II} = 2\pi \frac{1,5r_g}{r_0(1-e^2)}, \quad (42)$$

где:

$$r_g = \frac{2GM_\odot}{c^2} = \frac{2 \cdot 6,72031402 \cdot 10^{-8} \cdot 1,989085993 \cdot 10^{33}}{8,987551679 \cdot 10^{20}} = \\ = 2,953250158 \cdot 10^5 \text{ см}$$

— гравитационный радиус Солнца; r_0 — большая полуось эллиптической орбиты; e — эксцентриситет орбиты; $c = 2,997924562 \times 10^{10}$ см/с — скорость света в вакууме.

Из ОТО следует, что чем ближе планета к Солнцу, тем больше смещение перигелия, так как нелинейность шварцшильдова поля возрастает с уменьшением расстояния до Солнца.

Однако нетрудно заметить, что здесь, как и в третьем законе Кеплера, планета рассматривается как «пробное» тело и не учитывается влияние самой планеты на смещение перигелия. Будь

на орбите вместо Меркурия планета другой массы, скажем, Юпитер, — это, согласно ОТО, не должно сказываться на смещении перигелия, которое определяется только геометрией пространства, порожденного шварцшильдовым полем тяготения Солнца.

С другой стороны, положение планеты на орбите определяется взаимной потенциальной энергией поля тяготения системы планета — звезда, половина которой равна суммарной средней кинетической энергии орбитальных движений звезды и планеты вокруг общего центра инерции.

Из этого ясно: движение планеты относительно звезды и смещение перигелия, как одна из характеристик орбитального движения, не могут не зависеть от массы движущегося по орбите тела. Масса входит в «жесткость» поля тяготения, порожденного гравитационным взаимодействием планеты и звезды. Различные значения массы дают различную частоту обращения планеты при одном и том же среднем расстоянии от центра инерции и, следовательно, различное смещение перигелия.

В подтверждение изложенного представления о гравитационном поле, имеющем упругость и определяемом через взаимную потенциальную энергию, сопоставим смещения перигелия Меркурия, положение которого, как ближайшей к Солнцу планеты, удовлетворяет задаче двух тел. Смещение, вычисленное по (40) с массой Меркурия $m_{\text{M}} = 0,055 \cdot m_{\oplus} = 3,28581 \cdot 10^{26}$ г [1]:

$$\Delta\varphi_I = 2\pi \frac{m_{\text{M}}}{2M_{\odot}} = 2\pi \frac{3,28581 \cdot 10^{26}}{2 \cdot 1,989085993 \cdot 10^{33}} = \\ = 2\pi \cdot 8,259597653 \cdot 10^{-8} \text{ рад.} \quad (40a)$$

смещение, вычисленное по (42):

$$\Delta\varphi_{II} = 2\pi \frac{1,5r_g}{r_{\text{M}}(1 - e_{\text{M}}^2)} = 2\pi \frac{1,5 \cdot 2,953250158 \cdot 10^5}{5,789437569 \cdot 10^{12}(1 - 0,2056^2)} = \\ = 2\pi \cdot 7,989372036 \cdot 10^{-8} \text{ рад.} \quad (42a)$$

Как известно, наблюдаемое смещение перигелия Меркурия за 100 лет имеет значение $5599,74 + 0,41''$, а вычисленное теоретически по ньютоновской теории равно $5557,18'' + 0,85''$ [4]. Разница между ними есть необъясненное смещение перигелия, которое равно $42,56'' + 0,94''$. За один оборот данная разница в секундах и радианах равна

$$\Delta\varphi_{\text{набл}} = (42,56'' \pm 0,94'') \frac{\frac{T_{\text{сил}}}{T_{\text{год}}}}{100 \text{ лет}} = (43,56'' \pm 0,94) \times$$

$$\times \frac{7,579855954 \cdot 10^6}{3,147198588 \cdot 10^7 \cdot 100} = [(102,3589294 \pm 2,263938673) \cdot 10^{-3}]'' =$$

$$= 2\pi \cdot (7,89806554 \pm 0,174686626) \cdot 10^{-8} \text{ рад}, \quad (43)$$

Здесь:

$$T_{\text{год}} = t_{\text{сут}}^* \times t_c^* = 365,25636042_{\text{сут}} \times 86164,10087_{\text{с}} = 3,147198588 \cdot 10^7 \text{ с}$$

— звездный год в секундах, где $t_{\text{сут}}^*$ — длительность звездного года в сутках, т. е. периода обращения Земли вокруг Солнца в сутках относительно неподвижных звезд; t_c^* — длительность звездных суток в секундах, т. е. периода вращения Земли относительно неподвижных звезд в секундах.

Таким образом, вычисленные по формулам (40а) и (42а) смещения перигелия Меркурия весьма близки к величине (43) наблюдаемого значения. По формуле (40а) вычисления дают погрешность относительно среднего наблюдаемого значения в пределах 4,58 %, а по формуле Шварцшильда (42а), где учитывается эксцентриситет орбиты, в пределах 1,156 %.

Учтем в формуле (40а) эксцентриситет орбиты Меркурия, умножив ее на сомножитель $(1 - e_{\oplus}^2)$. Тогда погрешность относительно среднего наблюдаемого значения находится в пределах 0,157 %:

$$\Delta\varphi'_I = 2\pi \frac{m_{\oplus}}{2M_{\odot}} (1 - e_{\oplus}^2) = 2\pi \cdot 8,259597653 \cdot 10^{-8} (1 - 0,2056^2) =$$

$$= 2\pi \cdot 7,910453227 \cdot 10^{-8} \text{ рад}, \quad (406)$$

т. е. точнее (42а) в 7,363 раза.

Сопоставляя в общем случае формулы (40б) и (42) при $e \rightarrow 0$, видим, что по формуле (40б) смещение перигелия орбиты планеты с массой m стремится к значению

$$\Delta\varphi'_1 \rightarrow \Delta\varphi_1 = 2\pi \frac{m}{2M},$$

а по формуле Шварцшильда (42) смещение перигелия планеты стремится к значению

$$\Delta\varphi_{\text{II}} \rightarrow \Delta\varphi'_{\text{II}} = 2\pi \frac{1,5r_g}{r_0} = 6\pi \frac{GM}{c^2 r_0} = 6\pi \frac{\psi}{c^2},$$

где ψ — ньютоновский потенциал гравитационного поля массивного тела M на среднем расстоянии r_0 , наглядно показывая отсутствие влияния какой-либо массы m на смещение перигелия.

Рассмотрим другую двойную систему с пульсаром PSR 1913+16 и его невидимым партнером. Пульсар имеет следующие основные надежно определяемые параметры орбиты [6]: $r_0 \sin i = 7,0208 \times 10^{10}$ см — проекция на картинную (опорную) плоскость большой полуоси r_0 пульсара; $T_{\text{сид}} = 2,7907 \cdot 10^4$ с — орбитальный период пульсара; $e = 0,617138$ — эксцентриситет орбиты; $\dot{\omega} = 73,758$ мрад/год — угловая скорость смещения перигелия (периастра) пульсара за 1 год;

$$\begin{aligned}\Delta\varphi'_{\text{набл}} &= 2\pi \frac{\dot{\omega} T_{\text{сид}}}{2\pi \frac{*}{T_{\text{год}}}} = 2\pi \frac{73,758 \cdot 10^{-3} \cdot 2,7907 \cdot 10^4}{6,283185307 \cdot 3,147198588 \cdot 10^7} = \\ &= 2\pi \cdot 1,040922194 \cdot 10^{-5} \text{ рад}\end{aligned}$$

— угол смещения перигелия за один орбитальный период пульсара, где $\frac{*}{T_{\text{год}}}$ — звездный год в секундах.

Выше приведены параметры орбиты только одного партнера в двойной системе пульсара. Параметры второго, невидимого партнера, в двойной системе неизвестны. Найдем решение данной задачи, т. е. определим в рассматриваемой двойной системе угол $\psi = 90^\circ - i$ между лучом зрения и орбитальной плоскостью, массы, средние радиусы (большие полуоси) орбит пульсара и его невидимого партнера, обращающихся вокруг барицентра.

Оценим массу M_2 партнера пульсара и большую полуось r_0 орбиты пульсара, используя релятивистскую формулу (42) для смещения перигелия, с учетом того, что гравитационный радиус партнера пульсара равен

$$r'_g = r_g \frac{M_2}{M_\odot} = 2,953250158 \cdot 10^5 \frac{M_2}{M_\odot}.$$

Из ОТО

$$\frac{1,5r'_g}{r_0(1-e^2)} = \frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{2\pi}$$

где $\frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{2\pi} = 1,040922194 \cdot 10^{-5}$ рад.

Отсюда средний радиус орбиты пульсара равен

$$\begin{aligned} r_0 &= \frac{1,5r'_g}{\frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{2\pi}(1-e^2)} = \frac{1,5 \cdot 2,953250158 \cdot 10^5}{1,040922194 \cdot 10^{-5}(1-0,617138^2)} \cdot \frac{M_2}{M_\odot} = \\ &= 6,873594069 \cdot 10^{10} \frac{M_2}{1,989085993 \cdot 10^{33}} = 3,455654554 \cdot 10^{-23} M_2. \end{aligned} \tag{44}$$

Из третьего (неточного) закона Кеплера находим массу M_2 партнера пульсара

$$M_2 \cong \frac{4\pi^2 r_0^3}{GT_{\text{сид}}^2} = \frac{4\pi^2 (3,455654554 \cdot 10^{-23})^3 M_2^3}{GT_{\text{сид}}^2},$$

или

$$1 \cong \frac{4\pi^2 (3,455654554 \cdot 10^{-23})^3 M_2^2}{GT_{\text{сид}}^2},$$

или

$$\begin{aligned} M_2 &\cong \sqrt{\frac{GT_{\text{сид}}^2}{4\pi^2 (3,455654554 \cdot 10^{-23})^3}} = \\ &= \sqrt{\frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 2,79072 \cdot 10^8 \cdot 10^{69}}{39,4784176 \cdot 3,455654554^3}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{31,89581364 \cdot 10^{66}} = \\
 &= 5,647637882 \cdot 10^{33} \text{ г} = 2,839313082 \cdot M_{\odot}. \quad (45)
 \end{aligned}$$

Следовательно, невидимый партнер пульсара есть вырожденная звезда, сколлапсированная в черную дыру, так как имеет критическую для нейтронной звезды массу. Гравитационный радиус этой черной дыры равен

$$\begin{aligned}
 r'_g &= 2,953250158 \cdot 10^5 \frac{M_2}{M_{\odot}} = \\
 &= 2,953250158 \cdot 10^5 \cdot 2,839313082 = \\
 &= 8,385201808 \cdot 10^5 \text{ см} = 8,385201808 \text{ км}. \quad (46)
 \end{aligned}$$

Средний радиус орбиты пульсара

$$\begin{aligned}
 r_0 &= 3,455654554 \cdot 10^{-23} \cdot M_2 = \\
 &= 3,455654554 \cdot 10^{-23} \cdot 5,647637882 \cdot 10^{33} = \\
 &= 1,951628557 \cdot 10^{11} \text{ см} = 1,951628557 \cdot 10^6 \text{ км}. \quad (47)
 \end{aligned}$$

Определим массу пульсара, используя формулу (40б) и учитывая, что

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi'_{\text{набл}} &= 2\pi \cdot 1,040922194 \cdot 10^{-5} \equiv 2\pi \frac{m_1}{2M_2}(1 - e^2) : \\
 m_1 &\cong \frac{2M_2 \cdot 1,040922194 \cdot 10^{-5}}{(1 - 0,617138^2)} = \\
 &= 1,89900348 \cdot 10^{29} \text{ г} = 9,547116046 \cdot 10^{-5} M_{\odot}. \quad (48)
 \end{aligned}$$

Определим средний радиус (большую полуось) r'_0 орбиты черной дыры, обращающейся вокруг барицентра. Рассматриваемая двойная система находится в равновесии относительно барицентра

$$\frac{m_1 |\vec{r}_0| - |\vec{r}'_0|}{M_2 + m_1} = 0. \quad (49)$$

Разделим числитель и знаменатель (49) на M_2 :

$$\frac{\frac{m_1}{M_2} |\vec{r}_0| - |\vec{r}'_0|}{1 + \frac{m_1}{M_2}} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{\pi(1-e^2)} |\vec{r}_0| - |\vec{r}'_0|}{1 + \frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{\pi(1-e^2)}} = 0,$$

так как

$$\frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{\pi(1-e^2)} \ll 1,$$

то

$$\frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{\pi(1-e^2)} |\vec{r}_0| - |\vec{r}'_0| = 0,$$

т. е.

$$|\vec{r}'_0| = \frac{\Delta\varphi'_{\text{набл}}}{\pi(1-e^2)} |\vec{r}_0| = \frac{2 \cdot 1,040922194 \cdot 10^{-5}}{(1 - 0,617138^2)} \times \\ \times 1,951628557 \cdot 10^{11} = 65,62300025 \cdot 10^5 \text{ см.} \quad (50)$$

Так как

$$\sin i = \frac{7,0208 \cdot 10^{10}}{1,951628557 \cdot 10^{11}} = 0,359740585,$$

то угол между лучом зрения и орбитальной плоскостью пульсара

$$\theta = 90^\circ - i = 90^\circ - 21,08426536^\circ = 68,91573464^\circ = 68^\circ 54' 56,6''.$$

Таким образом, основные параметры орбит и массы в двойной системе с пульсаром PSR 1913+16 и невидимым его партнером — черной дырой — следующие:

$$m_1 = 1,89900348 \cdot 10^{29} \text{ г} = 9,547116046 \cdot 10^{-5} M_\odot$$

— масса пульсара;

$$r_0 = 1,951628557 \cdot 10^{11} \text{ см} = 1,951628557 \cdot 10^6 \text{ км}$$

— средний радиус орбиты пульсара;

$$M_2 = 5,647637882 \cdot 10^{33} \text{ г} = 2,839313082 M_\odot$$

— масса черной дыры — партнера пульсара;

$$r_g' = 8,385201808 \cdot 10^5 \text{ см} = 8,385201808 \text{ км}$$

— гравитационный радиус черной дыры;

$$r_0' = 65,62300015 \cdot 10^5 \text{ см} = 65,62300015 \text{ км}$$

— средний радиус орбиты черной дыры;

$$\theta = 90^\circ - i = 68,91573464^\circ = 68^\circ 54' 56,6''$$

— угол между лучом зрения и орбитальной плоскостью пульсара.

Функция масс двойной системы [6]:

$$f = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_2 + m_1)} = \frac{5,647637882^3 \cdot 10^{99} \cdot 0,359740585^3}{(5,647637882 \cdot 10^3 + 1,89900348 \cdot 10^{29})^2} = \\ = 2,627502516 \cdot 10^{32} \text{ г} = 0,132095974 M_\odot. \quad (51)$$

Выясним, какая часть относительной скорости уменьшения орбитального периода пульсара определяется гравитационным излучением поля взаимодействия двойной системы.

Как видно из функции Лагранжа осциллятора (21), переменный приливный потенциал поля взаимодействия и гравитационное излучение распространяются радиально. Вследствие же однородности и изотропности пространства для рассматриваемого вида излучения, изменение средней механической энергии орбитального движения и, следовательно, среднего момента количества движения $\bar{K}_{\text{дв}}$, в отличие от ОТО не происходит (см. формулу (26)). Однако при этом из системы выносится переменный момент количества движения со средним значением $\bar{\bar{K}}_{\text{дв}} = m_1 r_1^2 \omega_{\text{сид}} = \bar{J} \omega_{\text{сид}}$, что приводит к уменьшению переменной части механической энергии орбитального движения. Из-за этого уменьшаются суммарная масса двойной системы, средний радиус и эксцентриситет орбиты пульсара. В пределе при $t \rightarrow \infty$ орбита пульсара стремится к круговой, но с меньшим радиусом ($r_0^* < r_0$).

Средняя энергия гравитационного излучения двойной системы за один орбитальный период пульсара равна половине средней

энергии переменной составляющей поля взаимодействия

$$\begin{aligned} \bar{U}_{g\text{изл}} &= 0,5\bar{U}_g = \frac{1}{2} \frac{GM_2m_1r_{1\max}^2}{2r_0^3} = \frac{GM_2m_1(er_0)^2}{4r_0^3} = \frac{GM_2m_1e^2}{4r_0} = \\ &= \frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,647637882 \cdot 10^{33} \text{ г}}{4 \cdot 1,951628557 \cdot 10^{11}} \times \\ &\quad \times 1,89900348 \cdot 10^{29} \cdot 0,617138^2 = 3,491066381 \cdot 10^{43} \text{ эрг.} \quad (52) \end{aligned}$$

Средняя мощность гравитационного излучения (гравитационная светимость) двойной системы

$$\bar{P}_{g\text{изл}} = \frac{\bar{U}_{g\text{изл}}}{T_{\text{сил}}} = \frac{3,491066381 \cdot 10^{43}}{2,7907 \cdot 10^4} = 1,250964411 \cdot 10^{39} \text{ эрг/с.} \quad (53)$$

Потеря гравитационной массы при излучении двойной системы за 1 с:

$$\begin{aligned} m_{g\text{изл}} &= \frac{\bar{P}_{g\text{изл}}}{c^2} = \frac{12,50964411 \cdot 10^{38}}{8,987551679 \cdot 10^{20}} = 1,391885638 \cdot 10^{18} = \\ &= 13,918856638 \cdot 10^{17} \text{ г/с.} \quad (54) \end{aligned}$$

Согласно обобщенному третьему закону Кеплера сидерический (звездный) период обращения пульсара определяется выражением

$$T_{\text{сид}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{G(M_2 + m_1)}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{Gm}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K'_g}}, \quad (55)$$

где $m = M_2 + m_1$ — суммарная масса;

$$K'_g = \frac{GM_2m_1}{r_0^3} \left(1 + \frac{m_1}{M_2}\right)$$

— «жесткость» гравитационного поля, порождаемого гравитационным взаимодействием компонентов двойной системы, с учетом притяжения пульсаром черной дыры.

Производная по времени периода обращения пульсара имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{T}_{\text{сил}} &= 2\pi \left(-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_0^3}{Gm^3}} \cdot \dot{m} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{r_0}{Gm}} \cdot \dot{r}_0 \right) = \\ &= 2\pi \left(-\frac{1}{2m} \sqrt{\frac{r_0^3}{Gm^3}} \cdot \dot{m} + \frac{3}{2} \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{r_0^3}{Gm}} \cdot \dot{r}_0 \right) = \\ &= -T_{\text{сил}} \frac{\dot{m}}{2m} + T_{\text{сил}} \frac{3}{2} \frac{\dot{r}_0}{r_0}.\end{aligned}\quad (56)$$

Разделим (56) на период $T_{\text{сил}}$ обращения пульсара

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)_g = -\frac{\dot{m}}{2m} + 1,5 \frac{\dot{r}_0}{r_0}, \quad (57)$$

так как $\dot{m} = m_{g\text{ изл}}$, то

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)_g = -\frac{m_{g\text{ изл}}}{2m} + 1,5 \frac{\dot{r}_0}{r_0}, \quad (58)$$

или

$$\frac{\dot{M}_2}{2M_2} - 1,5 \frac{\dot{r}_0}{r_0} + \left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)_g = 0, \quad (59)$$

где

$$m \cong M_2, \quad m_{g\text{ изл}} \cong M_2.$$

Первый член в уравнении (59), пропорциональный относительной скорости уменьшения массы двойной системы (излучения массы двойной системы):

$$\begin{aligned}\frac{\dot{M}_2}{2M_2} &= \frac{13,91885638 \cdot 10^{17}}{2 \cdot 5,647637882 \cdot 10^{33}} = \\ &= 1,232272383 \cdot 10^{-16} = 12,32272383 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}.\end{aligned}$$

Третий наблюдаемый член в уравнении (59), пропорциональный относительной скорости уменьшения орбитального периода

пульсара [6]:

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сид}}}{T_{\text{сид}}} \right)_g = \frac{2,1 \cdot 10^{-12}}{2,7907 \cdot 10^4} = 7,524993729 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}.$$

Второй член в уравнении (59), пропорциональный относительной скорости уменьшения среднего радиуса орбиты пульсара

$$1,5 \frac{\dot{r}_0}{r_0} = \frac{\dot{M}_2}{2M_2} + \left(\frac{\dot{T}_{\text{сид}}}{T_{\text{сид}}} \right)_g = 12,32272383 \cdot 10^{-17} + 7,524993729 \cdot 10^{-17} = \\ = 19,84771756 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}.$$

Уравнение (59) входит в систему из двух уравнений, второе уравнение (60) которой отражает изменение в единицу времени средней кинетической энергии, т. е. мощность гравитационного поля вращающейся черной дыры в радиусе

$$r_0 = 1,951628557 \cdot 10^{11} \text{ см} = 1,951628557 \cdot 10^6 \text{ км}$$

от центра черной дыры

$$\frac{\dot{M}_2}{2M_2} + \alpha \cdot 1,5 \frac{\dot{r}_0}{r_0} + \beta \left(\frac{\dot{T}_{\text{сид}}}{T_{\text{сид}}} \right)_g = 0. \quad (60)$$

Это можно доказать следующим образом. Масса гравитационного поля черной дыры в основном сосредоточена в веществе черной дыры. При равномерном распределении вещества черной дыры в объеме радиусом r_0 получим тело в виде сфера с моментом инерции относительно оси вращения $J_{g \text{ чд}} = 0,4M_2r_0^2$, которое при вращении с частотой $\omega_{\text{чд}} = \frac{2\pi}{T_{\text{чд}}}$ имеет среднюю кинетическую энергию вращающегося поля тяготения черной дыры

$$\bar{U}_{g \text{ чд}} = \frac{J_{g \text{ чд}} \omega_{\text{чд}}^2}{2} = \frac{J_{g \text{ чд}} 4\pi^2}{2T_{\text{чд}}^2} = \frac{0,8M_2r_0^2\pi^2}{T_{\text{чд}}^2}. \quad (61)$$

Из-за периодического изменения своего объема

$$\tilde{\bar{V}}_{g \text{ сф}} = \frac{4}{3}abc,$$

где $a = r_0 + r_{1\max} \cos \omega_{\text{ад}} t$; $b = r_0 + r_{1\max} \sin \omega_{\text{ад}} t$; $c = r_0$ — полуоси сфераоида, гравитационное поле черной дыры излучается в пространство. Происходящее при этом изменение в единицу времени средней кинетической энергии вращающегося поля, т. е. средняя мощность поля

$$\frac{d\bar{U}_{g\text{чл}}}{dt} = \frac{\partial \bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial M_2} \frac{dM_2}{dt} + \frac{\partial \bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial r_0} \frac{dr_0}{dt} + \frac{\partial \bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial T_{\text{чл}}} \frac{dT_{\text{чл}}}{dt}, \quad (62)$$

согласно закону сохранения энергии равна нулю $\frac{d\bar{U}_{g\text{чл}}}{dt} = 0$.

Первый член в уравнении (62) есть излучаемая в пространство половина средней мощности переменного поля взаимодействия

$$\bar{P}_{\dot{M}_2} = \frac{d\bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial M_2} \frac{dM_2}{dt} = \frac{0,8r_0^2\pi^2}{T_{\text{чл}}} \dot{M}_2 = \frac{1,6M_2r_0^2\pi^2}{T_{\text{чл}}^2} \frac{\dot{M}_2}{2M_2} = \bar{P}_{g\text{изл.}} \quad (63)$$

Два других члена в уравнении (62) есть неизлучаемая в пространство другая половина средней мощности переменного поля взаимодействия

$$\begin{aligned} \bar{P}_{g\text{неизл.}} &= \bar{P}_{\dot{r}_0} + \bar{P}_{\dot{T}_{\text{чл}}} = \frac{\partial \bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial r_0} \frac{dr_0}{dt} + \frac{\partial \bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial T_{\text{чл}}} \frac{dT_{\text{чл}}}{dt} = \\ &= \frac{1,6M_2r_0^2\pi^2}{T_{\text{чл}}^2} \left(\frac{\dot{r}_0}{r_0} - \frac{\dot{T}_{\text{чл}}}{T_{\text{чл}}} \right) = \frac{0,5\bar{U}_g}{T_{\text{чл}}}. \end{aligned} \quad (64)$$

Наличие средней кориолисовой силы инерции поля, как результат реакции на излучение поля, приводит к тому, что часть неизлучаемой мощности переменного поля взаимодействия расходуется на радиационное трение, изменяющее механический параметр орбитального движения пульсара, а именно, уменьшающее средний радиус орбиты пульсара. Действительно, второй член в уравнении (62) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{\dot{r}_0} &= \frac{\partial \bar{U}_{g\text{чл}}}{\partial r_0} \frac{dr_0}{dt} = \frac{1,6M_2r_0\pi^2}{T_{\text{чл}}^2} \dot{r}_0 = \frac{0,8 \cdot 2M_2 |[\vec{\omega}_{\text{ад}} \times \vec{r}_0]| \cdot 2\pi r_0}{4T_{\text{чл}}} = \\ &= \frac{0,2 |\vec{F}_{\text{кор}}| 2\pi r_0}{T_{\text{чл}}} = 0,2 \frac{\bar{U}_{\text{кор}}}{T_{\text{чл}}}, \end{aligned} \quad (65)$$

где $\vec{\bar{F}}_{\text{кор}} = 2M_2[\vec{\omega}_{\text{чд}} \times \vec{r}_0]$ — средняя кориолисова сила инерции поля, направленная в сторону орбитального движения пульсара и уменьшающаяся со временем в процессе излучения из-за уменьшения скорости \dot{r}_0 ; $\bar{U}_{\text{кор}} = |\vec{\bar{F}}_{\text{кор}}|2\pi r_0$ — средняя кориолисова энергия.

Разделив уравнение (62) на полную гравитационную энергию поля взаимодействия

$$W_g = 2\bar{U}_{g\text{чд}} = \frac{1,6M_2r_0^2\pi^2}{T_{\text{чд}}^2},$$

получим

$$\frac{\dot{M}_2}{2M_2} + \frac{\dot{r}_0}{r_0} - \frac{\dot{T}_{\text{чд}}}{T_{\text{чд}}} = 0. \quad (66)$$

Подставив в уравнение (66) вычисленные величины $\frac{\dot{M}_2}{2M_2}$ и $\frac{\dot{r}_0}{r_0}$, находим $\frac{\dot{T}_{\text{чд}}}{T_{\text{чд}}}$:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{T}_{\text{чд}}}{T_{\text{чд}}} &= \frac{\dot{M}_2}{2M_2} + \frac{\dot{r}_0}{r_0} = 12,32272383 \cdot 10^{-17} + 13,23181171 \cdot 10^{-17} = \\ &= 25,55453554 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, коэффициенты α, β в уравнении (60) имеют следующие значения:

$$\alpha = \frac{\dot{r}_0}{r_0} / 1,5 \frac{\dot{r}_0}{r_0} = 0,66667,$$

$$\beta = \frac{\dot{T}_{\text{чд}}}{T_{\text{чд}}} / \left(\frac{\dot{T}_{\text{изл}}}{T_{\text{изл}}} \right)_g = -\frac{25,55453554 \cdot 10^{-17}}{7,524993729 \cdot 10^{-17}} = -3,395954397.$$

Приравняем в уравнении (62) неизлучаемую половину средней мощности переменной составляющей поля взаимодействия к излучаемой средней мощности с противоположным знаком

$$\frac{1,6M_2r_0^2\pi^2}{T_{\text{чд}}^2} \left(\frac{\dot{r}_0}{r_0} - \frac{\dot{T}_{\text{чд}}}{T_{\text{чд}}} \right) = -\bar{P}_{g\text{изл.}} \quad (67)$$

Отсюда находим период вращения гравитационного поля и, следовательно, черной дыры вокруг оси

$$\begin{aligned}
 T_{\text{чд}} &= \sqrt{\frac{1,6M_2r_0^2\pi^2}{-\bar{P}_{g\text{ изл}}} \left(\frac{\dot{r}_0}{r_0} - \frac{\dot{T}_{\text{чд}}}{T_{\text{чд}}} \right)} = \\
 &= \sqrt{\frac{1,6 \cdot 5,647637882 \cdot 10^{33} \cdot 1,951628557^2 \cdot 10^{22} \cdot 3,141592654^2}{-1,25096441 \cdot 10^{39}}} \times \\
 &\quad \times (13,23181171 \cdot 10^{-17} - 25,55453554 \cdot 10^{-17}) \\
 &= 18,29242699 \text{ с.}
 \end{aligned} \tag{68}$$

Период вращения $T_{\text{чд}}$ имеет небольшое значение. Объяснение данному факту заключается в сохранении момента количества движения массивного тела с массой M_2 в процессе эволюции его в черную дыру и, как следствие, уменьшения периода вращения $T_{\text{чд}}$ вокруг своей оси. Поскольку в процессе излучения гравитационно-инерциальных волн масса тела M_2 и его радиус $r_{\text{чд}}$ уменьшаются, а также уменьшаются его сидерический период $T'_{\text{сид}} \cong T_{\text{сид}}$ и радиус орбиты r'_0 вокруг барицентра, то, в силу сохранения среднего момента количества движения двойной системы, период $T_{\text{чд}}$ массивного тела вокруг своей оси продолжает уменьшаться со скоростью

$$\begin{aligned}
 T_{\text{чд}} &= 25,55453554 \cdot 10^{-17} \cdot T_{\text{чд}} = 25,55453554 \cdot 10^{-17} \times \\
 &\quad \times 18,29242699 = 4,674544756 \cdot 10^{-15} \text{ с/с.}
 \end{aligned} \tag{69}$$

Выясним, какое астрофизическое тело в действительности представляет собой черная дыра. Из закона сохранения среднего момента количества движения двойной системы следует, что средний орбитальный момент количества движения

$$\bar{K}'_{\text{дв. чд}} = J'_0 \omega'_{\text{сид}} = M_2 r_0'^2 \frac{2\pi}{T'_{\text{сид}}}$$

черной дыры вокруг барицентра равен среднему моменту количества движения

$$\bar{K}_{\text{дв. чд}} = J_{\text{чд}} \omega_{\text{чд}} = 0,4M_2 \cdot r_{\text{чд}}^2 \frac{2\pi}{T_{\text{чд}}}$$

черной дыры вокруг своей оси

$$J'_0 \omega'_{\text{сид}} = J_{\text{чл}} \omega_{\text{чл}}, \quad \text{или} \quad r_0'^2 \cdot \frac{1}{T'_{\text{сид}}} = 0,4 r_{\text{чл}}^2 \cdot \frac{1}{T_{\text{чл}}}. \quad (70)$$

Из равенства (17) находим радиус $r_{\text{чл}}$ черной дыры

$$\begin{aligned} r_{\text{чл}} &= r_0' \sqrt{\frac{T_{\text{чл}}}{0,4 T'_{\text{сид}}}} = 65,62300015 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{18,29242699}{0,4 \cdot 2,7907 \cdot 10^6}} = \\ &= 2,656471585 \cdot 10^5 \text{ см} = 2,656471585 \text{ км}. \end{aligned} \quad (71)$$

Средняя плотность вещества черной дыры, представляющей как однородный шар, равна

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_{\text{чл}} &= \frac{M_2 \cdot 3}{4\pi r_{\text{чл}}^3} = \frac{5,647637882 \cdot 10^{33} \cdot 3}{4 \cdot 3,141592654 \cdot 2,656471585^3 \cdot 10^{15}} = \\ &= 7,192215783 \cdot 10^{16} \text{ г}. \end{aligned} \quad (72)$$

Таким образом, согласно закону сохранения среднего момента количества движения двойной системы, черная дыра не является «черной дырой» в том смысле, что имеет бесконечно малый объем, а является сверхплотным объектом под сферой Шварцшильда с конечным объемом (отсутствует сингулярность) и средней плотностью на два порядка большей максимальной средней плотности нейтронной звезды.

Вычислим центральную плотность этого сверхплотного объекта, у которого направленное от центра давление звездного вещества пропорционально плотности энергии идеального ультратермистского газа [7]:

$$\epsilon_{\text{ультр}} = \frac{\rho_0 c^2}{3}, \quad (73)$$

где ρ_0 — центральная плотность. Данное центральное давление уравновешивается гравитационным давлением, которое создается силой тяготения звездного вещества к центру. Так как гравитационное давление пропорционально плотности гравитационной

энергии, определяемой делением гравитационной энергии

$$U_{g\text{ сф}} = \frac{3}{5} \frac{GM_2^2}{r_{\text{чл}}}$$

сферически-симметрического тела на его объем $V_{g\text{ сф}} = \frac{4}{3}\pi r_{\text{чл}}^3$:

$$\begin{aligned} \epsilon_g &= \frac{U_{g\text{ сф}}}{V_{g\text{ сф}}} = \frac{9}{20} \frac{GM_2^2}{\pi r_{\text{чл}}^4} = \\ &= \frac{9 \cdot 6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,647637882^2 \cdot 10^{66}}{20 \cdot 3,14159264 \cdot 2,656471585^4 \cdot 10^{20}} = \\ &= 6,121159704 \cdot 10^{37} \text{ эрг/см}^3, \end{aligned} \quad (74)$$

то приравнивая (74) и (73), находим центральную плотность звездного вещества невидимого партнера пульсара

$$\rho_0 = \frac{\epsilon_g \cdot 3}{c^2} = \frac{6,121159704 \cdot 10^{37} \cdot 3}{8,957551679 \cdot 10^{20}} = 20,50055615 \cdot 10^{16} \text{ г/см}^3, \quad (75)$$

которая в 3,51 раз больше средней плотности $\rho_{\text{чл}}$ (72).

Обратим внимание на следующее. Суммарная средняя мощность гравитационного взаимодействия, расходуемая на гравитационное излучение, на радиационное трение, а также на увеличение круговой частоты вращения вокруг своей оси «черной дыры» и ее поля, имеет по модулю значение

$$\begin{aligned} \sum |\bar{P}_g| &= |\bar{P}_{g\text{ изл}}| + |\bar{P}_{\dot{r}_0}| + |\bar{P}_{T_{\text{чл}}}| = \\ &= \frac{1,6M_2r_0^2\pi^2}{T_{\text{чл}}^2} \left[\left| \frac{\dot{M}_2}{2M_2} \right| + \left| \frac{\dot{r}_0}{r_0} \right| + \left| \frac{\dot{T}_{\text{чл}}}{T_{\text{чл}}} \right| \right] = \\ &= \frac{1,6 \cdot 5,647637882 \cdot 10^{33} \cdot 1,951628557^2 \cdot 10^{22} \cdot 9,869604401}{18,29242699^2} \times \\ &\times [12,32272383 \cdot 10^{-17} + 13,23181171 \cdot 10^{-17} + 25,55453554 \cdot 10^{-17}] = \\ &= 1,015168746 \cdot 10^{55} \cdot 5,110907108 \cdot 10^{-16} = \\ &= 5,18843316 \cdot 10^{39} \text{ эрг/с.} \end{aligned} \quad (76)$$

С другой стороны, известно, что по ОТО квадрат элемента интервала между бесконечно близкими точками пространства-времени в окрестности сферически-симметричного тела описывается метрикой Шварцшильда:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r'_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r'_g}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2),$$

или

$$ds^2 = g_{00} c^2 dt^2 + g_{11} dr^2 + g_{22} d\theta^2 + g_{33} d\varphi^2, \quad (77)$$

где

$$g_{00} = 1 - \frac{r'_g}{r}, \quad g_{11} = -\frac{1}{1 - \frac{r'_g}{r}}, \quad g_{22} = -r^2, \quad g_{33} = -r^2 \sin^2 \theta$$

— компоненты метрического тензора.

Определитель, составленный из компонентов этого метрического тензора

$$\begin{aligned} |g| &= \begin{vmatrix} g_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{33} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} 1 - \frac{r'_g}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{1 - \frac{r'_g}{r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = -r^4 \sin^2 \theta \quad (78) \end{aligned}$$

всегда отрицателен, что указывает для наблюдателя в сопутствующей системе отсчета на отсутствие особенности при $r = r'_g$ [7]. Кроме того, если $r < r'_g = \frac{2GM_2}{c^2}$, то роль времени-подобной ко-

ординаты играет радиальная составляющая r , так как компонента g_{11} метрического тензора имеет знак «+». Роль же пространственноподобной координаты принимает на себя координата t , так как компонента g_{00} метрического тензора имеет знак «-». В этой области гравитационное поле зависит от времени r , оставаясь независящим от координаты t . При переходе за сферу Шварцшильда, т. е. за $r > r'_g = \frac{2GM}{c^2}$, гравитационное поле уже зависит от координаты t . Происходит инверсия времени из пространственноподобной области во временеподобную область и, соответственно, инверсия пространства из временеподобной области в пространственноподобную область. При такой инверсии плотность гравитационной энергии массивного тела трансформируется через сферу Шварцшильда в поток этой энергии (поток массы поля):

$$\Phi_g = \epsilon_g \frac{dV_{g\text{Шв}}}{dt} = \epsilon_{\text{ультр}} \frac{dV_{g\text{Шв}}}{dt} = 5,18843316 \cdot 10^{39} \text{ эрг/с}$$

$$\left(\Phi_{mg} = \epsilon_g \frac{\Phi_g}{c^2} = 5,772910516 \cdot 10^{18} \text{ г/с} \right), \quad (79)$$

где

$$\frac{dV_{g\text{Шв}}}{dt} = \frac{\frac{4}{3}\pi r'^3_g}{\partial r'_g} \cdot \frac{dr'_g}{dt} = \frac{\Phi_g}{\epsilon_g} = 8,476225766 \text{ см}^3/\text{с}$$

— скорость уменьшения объема $V_{g\text{Шв}}$ поля (объема сферы Шварцшильда). Поскольку скорость уменьшения гравитационного радиуса массивного тела имеет величину

$$\frac{dr'_g}{dt} = \frac{dV_{g\text{Шв}}}{dt} \frac{1}{4\pi r'^2_g} = \frac{8,476225766}{8,835617418 \cdot 10^{12}} = 9,593246703 \cdot 10^{-13} \text{ см/с},$$

то скорость уменьшения площади $S_{g\text{Шв}}$ (площади сферы Шварцшильда) имеет величину

$$\begin{aligned} \frac{dS_{g\text{Шв}}}{dt} &= \frac{\partial 4\pi r'^2_g}{\partial r'_g} \cdot \frac{dr'_g}{dt} = 8\pi r'_g \frac{dr'_g}{dt} = \\ &= 8 \cdot 3,141592654 \cdot 8,385201808 \cdot 10^5 \cdot 9,593246703 \cdot 10^{-13} = \\ &= 2,021710619 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}, \end{aligned}$$

т. е. производная функции $V_{g\text{Шв}} = f(S_{g\text{Шв}})$ по аргументу $S_{g\text{Шв}}$ равна

$$\frac{dV_{g\text{Шв}}}{dS_{g\text{Шв}}} = 0,5r'_g. \quad (80)$$

При этом на сжимающейся сфере Шварцшильда, в сопутствующей системе отсчета, скорость изменения собственного времени всегда равна

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{c} \sqrt{1 - \frac{dr'_g}{d\tau}} = 0,$$

так как

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr'_g}{dt}.$$

Поток гравитационной энергии через сжимающуюся сферу Шварцшильда уменьшается с относительной скоростью

$$\frac{\dot{\Phi}_g}{\Phi_g} = \frac{\Phi_g}{W_g} = \frac{51,8843316 \cdot 10^{38}}{1,015168746 \cdot 10^{55}} = 51,10907108 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}, \quad (81)$$

где $W_g = \frac{1,6M_2r_0^2\pi}{T_{\text{чд}}^2} = 1,015168746 \cdot 10^{55}$ эрг — полная гравитационная энергия поля взаимодействия. Так как

$$W_g = |+M_2c^2| + |-M_2c^2| = 2M_2c^2,$$

то $M_2c^2 \approx 0,5W_g = \bar{U}_{g\text{чд}}$ (см. формулу 61).

Таким образом, поток гравитационной энергии через сферу Шварцшильда является не чем иным, как рассмотренной выше (формула 76) суммарной средней мощностью гравитационного поля взаимодействия, расходуемой на гравитационное излучение, на радиационное трение, а также на увеличение круговой частоты вращения поля «черной дыры» и, соответственно, на увеличение круговой частоты орбитального вращения пульсара (см. уравнение (60)):

$$\Phi_g \equiv \sum |\bar{P}_g|.$$

Выясним, какое астрофизическое тело представляет собой пульсар. Масса пульсара по порядку близка к массе Сатурна. Как известно,

Сатурн в экваториальной области окружают вращающиеся кольца, которые состоят из небольших по размеру твердых заряженных частиц. Период вращения ближайшего к поверхности Сатурна кольца близок к периоду вращения Сатурна. Предполагая, что в экваториальной области пульсара на его поверхности находится кольцо, состоящее из электронов и ионов, которые вращаются с периодом $T_p = 5,903 \cdot 10^{-2}$ с [6], приравняем, согласно третьему (неточному) закону Кеплера, напряженность гравитационного поля на экваторе пульсара центробежному ускорению электронов и ионов

$$\frac{Gm_1}{r_p^2} = \left(\frac{2\pi}{T_p}\right)^2 \cdot r_p. \quad (82)$$

Из равенства (82) находим радиус r_p пульсара:

$$\begin{aligned} r_p &= \sqrt[3]{\frac{Gm_1 \cdot T_p^2}{4\pi^2}} = \\ &= \sqrt[3]{\frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 1,89900348 \cdot 10^{29} \cdot 5,903^2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 9,869604401}} = \\ &= 10,37982163 \cdot 10^5 \text{ см} = 10,37982163 \text{ км}. \end{aligned} \quad (83)$$

Средняя плотность вещества пульсара (однородного шара):

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_p &= \frac{m_1 \cdot 3}{4\pi r_p^3} = \frac{1,89900348 \cdot 10^{29} \cdot 3}{4 \cdot 3,141592654 \cdot 10,37982163^3 \cdot 10^{15}} = \\ &= 4,053848178 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3. \end{aligned} \quad (84)$$

Следовательно, вращающийся пульсар представляет собой вырожденный компактный объект с плотностью вещества нейтронной звезды и со средней мощностью электромагнитной светимости

$$\begin{aligned} \bar{P}_\gamma &= \frac{1,6m_1 r_p^2 \pi^2}{T_p^2} \cdot \frac{\dot{T}_p}{T_p} = \\ &= \frac{1,6 \cdot 1,89900348 \cdot 10^{29} \cdot 10,37982163^2 \cdot 10^{10} \cdot 9,869604401}{5,903^2 \cdot 10^{-4}} \times \end{aligned}$$

$$\times \frac{8,636 \cdot 10^{-18}}{5,903 \cdot 10^{-2}} = 1,356499237 \cdot 10^{29} \text{ эрг/с}, \quad (85)$$

где $\dot{T}_p = 8,636 \cdot 10^{-18}$ с/с — скорость замедления вращения пульсара [6].

В процессе излучения электромагнитного поля пульсар теряет массу. Потеря гравитационной массы пульсара за 1 с:

$$m_{\text{изл}} = \dot{m}_1 = \frac{\bar{P}_\gamma}{c^2} = \frac{13,56499237 \cdot 10^{28}}{8,957551679 \cdot 10^{20}} = 15,14363841 \cdot 10^{17} \text{ г/с}.$$

При этом относительная скорость уменьшения его массы:

$$\frac{\dot{m}_1}{2m_1} = \frac{15,14363841 \cdot 10^{17}}{2 \cdot 1,89900348 \cdot 10^{29}} = 3,987259257 \cdot 10^{-12} \text{ с}^{-1}.$$

Из расчетов следует, что пульсар представляет собой ядро белого карлика с плотностью вещества нейтронной звезды. Это ядро довольно быстро, если сравнить со временем существования Солнечной системы, уменьшается в размерах из-за мощного электромагнитного излучения.

В начале эволюции двойной системы при аккреции (истечении) своего внешнего вещества пульсар, становясь белым карликом, приобрел малый период вращения $T_p = 5,903 \cdot 10^{-2}$ с.

Согласно ОТО гравитационное квадрупольное излучение вследствие периодической неоднородности и неизотропности пространства в окрестности вращающейся двойной системы выносит из системы средний момент импульса и приводит к уменьшению механической энергии пульсара. По ОТО мощность квадрупольного излучения, усредненного за орбитальный период обращения пульсара для вычисленных выше параметрах двойной системы, даст значение [7]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_g^{\text{кв}} &= \frac{d\bar{U}}{dt} = \frac{32G^4}{5 \cdot c^5} \cdot \frac{\mu^2 m^3}{r_0^5} \cdot f(e) = \frac{32G^4}{5 \cdot c^5} \cdot \frac{M_2^2 m_1^2 (M_2 + m_1)}{r_0^5} \times \\ &\times \left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - e^2)^7}} = \frac{32 \cdot 6,672031402^4 \cdot 10^{-32}}{5 \cdot 2,997924562^5 \cdot 10^{50}} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{5,647637882^2 \cdot 10^{66} \cdot 1,89900348^2 \cdot 10^{58}}{1,951628557^5 \cdot 10^{55}} \times \\
 & \times (5,647637882 \cdot 10^{33} + 1,89900348 \cdot 10^{29}) \times \\
 & \times \left(1 + \frac{73}{24} 0,617138^2 + \frac{37}{96} 0,617138^4 \right) \times \\
 & \times \frac{1}{\sqrt{(1 - 0,617138^2)^7}} = 5,237316248 \cdot 10^{-81} \times \\
 & \times 2,294461795 \cdot 10^{103} \times 2,214353229 \times \\
 & \times 5,354726451 = 1,424865329 \cdot 10^{24} \text{ эрг/с.} \tag{86}
 \end{aligned}$$

Здесь:

$$\mu = \frac{M_2 m_1}{M_2 + m_1}; \quad m = M_2 + m_1,$$

а $f(e)$ — функция эксцентриситета орбиты пульсара.

Согласно третьему закону Кеплера, соответствующая скорость уменьшения $T_{\text{сил}}$ при квадрупольном излучении определяется выражением [6]:

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)_g^{\text{кв}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{U}}}{\bar{U}}, \tag{87}$$

где

$$\begin{aligned}
 \bar{U} &= \frac{GM_2 m_1}{2r_0} = \\
 &= \frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,647637882 \cdot 10^{33} \cdot 1,89900348 \cdot 10^{29}}{2 \cdot 1,951628557 \cdot 10^{11}} = \\
 &= 1,83325773 \cdot 10^{44} \text{ эрг}
 \end{aligned}$$

— половина средней взаимной потенциальной энергии двойной системы. Подставляя в формулу (87) вычисленные значения $\dot{\bar{U}} = \dot{P}_{\text{гизл}}^{\text{кв}}$ и \bar{U} :

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)_g^{\text{кв}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{P}_{\text{гизл}}^{\text{кв}}}{\bar{U}} = \frac{1,5 \cdot 1,424865329 \cdot 10^{24}}{1,83325773 \cdot 10^{44}} = 1,165846983 \cdot 10^{-20} \text{ с}^{-1},$$

видим, что относительная скорость уменьшения орбитального периода пульсара от квадрупольного излучения почти на четыре порядка меньше наблюдаемого значения. Если же принять, что данная двойная система состоит из двух нейтронных звезд с одинаковыми массами, равными

$$M' = 0,5M_2 = 2,823818941 \cdot 10^{33} \text{ г} = 1,419656541 M_{\odot},$$

как это предполагается с наибольшей вероятностью в работе [6], то средняя мощность квадрупольного излучения будет выражаться формулой

$$\bar{P}_{g \text{ изл}}^{\text{кв}} = \frac{d\bar{U}'}{dt} = \frac{32G^4}{5 \cdot c^5} \cdot \frac{2M'^5}{r_0'^5} \cdot f(e), \quad (88)$$

а относительная скорость уменьшения орбитального периода от квадрупольного излучения будет выражаться формулой

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)'_{\text{кв}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{\bar{U}'}}{\bar{U}'} = \frac{3}{2} \cdot \frac{64 \cdot G^4 \cdot M'^5}{5 \cdot c^5 \cdot r_0'^5} \cdot f(e) \Big/ \frac{GM'^2}{2r_0'} = \\ = \frac{192 \cdot G^3 \cdot M'^3}{5 \cdot c^5 \cdot r_0'^4} \cdot f(e). \quad (89)$$

Приравнивая левую часть равенства (89) к наблюдаемой относительной скорости уменьшения орбитального периода

$$\left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)'_{\text{кв}} = \left(\frac{\dot{T}_{\text{сил}}}{T_{\text{сил}}} \right)_g = 7,524993729 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}$$

и вычисляя среднее расстояние между нейтронными звездами с одинаковыми массами

$$r_0' = \sqrt[4]{\frac{192 \cdot G^3 \cdot M'^3}{5 \cdot c^5} \cdot f(e)} = \\ = \sqrt[4]{\frac{192 \cdot 6,672031402^3 \cdot 10^{-24} \cdot 2,823818941^3 \cdot 10^{99} \cdot 11,85725581}{5 \cdot 2,997924562^5 \cdot 10^{50} \cdot 7,524993729 \cdot 10^{-17}}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[4]{16,71054275 \cdot 10^{44}} = 2,021843978 \cdot 10^{11} \text{ см} = \\
 &= 2,021843978 \cdot 10^6 \text{ км} \tag{90}
 \end{aligned}$$

получаем среднее расстояние между ними не слишком отличающееся от ранее вычисленного (47) при существенно разных массах двойной системы. Этому среднему расстоянию соответствует смещение перигелия тела с суммарной массой двух одинаковых по массе нейтронных звезд в поле неподвижного центра (барицентра):

$$\begin{aligned}
 \Delta\varphi'^{\text{кв}} &= \frac{G\pi(M' + M')}{c^2 \cdot r'_0(1 - e^2)} = 2\pi \frac{1,5}{r'_0(1 - e^2)} \cdot \frac{2GM_2}{c^2} = 2\pi \frac{1,5r'_g}{r'_0(1 - e^2)} = \\
 &= 2\pi \frac{1,5 \cdot 8,385201808 \cdot 10^5}{2,021843978 \cdot 10^{11}(1 - 0,617138^2)} = \\
 &= 2\pi \cdot 1,004772629 \cdot 10^{-5} \text{ рад}, \tag{91}
 \end{aligned}$$

которое на 3,47 % меньше наблюдаемого значения

$$\Delta\varphi'_{\text{набл}} = 2\pi \cdot 1,040922194 \cdot 10^{-5} \text{ рад.}$$

Расчеты с одинаковыми массами показывают, что предполагаемое квадрупольное излучение по ОТО как будто бы возможно. Однако мощность этого предполагаемого квадрупольного излучения слишком мала для гравитационно взаимодействующих нейтронных звезд [7]:

$$\begin{aligned}
 \bar{P}'_{g \text{ изл}}^{\text{кв}} &= \frac{dU'}{dt} = \frac{32G^4}{5 \cdot c^5} \cdot \frac{2M'^5}{r'_0^5} \cdot f(e) = 5,237316248 \cdot 10^{-81} \times \\
 &\times \frac{2 \cdot 2,823818941^5 \cdot 10^{165}}{2,021843978^5 \cdot 10^{55}} \cdot 11,85725581 = 6,600381295 \cdot 10^{31} \text{ эрг/с.}
 \end{aligned}$$

Она по величине почти на семь порядков меньше ранее вычисленной мощности гравитационно-инерциального излучения (53), (63), мощность которого входит в суммарную среднюю мощность гравитационного поля взаимодействия (76). Данное излучение согласно (56), (57), уменьшает средний радиус орбиты пульсара, орбитальный период пульсара, потерю гравитационной массы двойной системы (54) и увеличивает частоту вращения «черной дыры»

(69). Квадрупольное же гравитационное излучение, учитывая вышезложенное, физически не совсем ясно объясняет уменьшение орбитального периода пульсара. Кроме того, за последние 40 лет не обнаружены гравитационные волны, которые согласно ОТО должны периодически искривлять метрику, отождествленного с гравитационным полем, пространства.

Полностью же объясняет затухание (уменьшение) орбитального периода пульсара излучение в плоском пространстве половины переменной составляющей гравитационно-инерциального поля со свойством упругости при гравитационном взаимодействии твердого пульсара со средней плотностью вещества $\bar{\rho}_p = 4,053848178 \times 10^{10} \text{ г}/\text{см}^3$ и твердого массивного объекта под сферой Шварцшильда со средней плотностью вещества $\bar{\rho}_{\text{щ}} = 7,192215783 \cdot 10^{16} \text{ г}/\text{см}^3$.

Для объяснения уменьшения орбитального периода пульсара предварительно вычислялись параметры двойной системы с использованием релятивистской формулы (42) и нерелятивистской формулы (40б), которая учитывает массу второго компонента двойной системы. Однако с увеличением отношения масс двух гравитирующих тел релятивистская формула (42) становится все менее точной. Применение же в формуле (42) второго члена [6], который отражает слабую зависимость смещения перигелия от соотношения масс двух тел в не полностью консервативных системах, существенно не уменьшает погрешности вычисления смещения перигелия. Происходит это потому, что в действительности, согласно полученной формуле (40б), существует сильная зависимость смещения перигелия от соотношения масс в двойной системе. При «пробном» теле с массой покоя равной нулю в нелинейном шварцшильдовом поле тяготения массивного тела, энергия поля взаимодействия двух тел равна нулю, релятивистская формула (42) в этом случае дает точное значение, а смещение определяется только нелинейностью (кривизной) поля массивного тела. Именно поэтому, из-за существенной нелинейности гравитационного поля Солнца, геометрические неевклидовые вычисления ОТО угла отклонения фотонов света с нулевой массой покоя вблизи Солнца дают значения с наибольшей точностью. Для системы Солнце — Меркурий отношение $m_{\text{ф}}/M_{\odot} = 10^{-7}$ мало, т. е. Меркурий почти «пробное»

тело, а смещение, определяемое энергией гравитационного поля взаимодействия, соизмеримо со смещением определяемым нелинейностью (кривизной) гравитационного поля отдельно взятого Солнца. Поэтому и результаты вычислений смещения перигелия Меркурия по формулам (40б) и (42а) близки, хотя по формуле (40б) и точнее в 7,363 раз. В двойной же системе PSR 1913+16 отношение $m_1/M_2 \approx 10^{-5}$ уже на два порядка больше, и должно быть большее расхождение в вычислениях по формулам (40б) и (42) смещений перигелиев: пульсара, обращающегося вокруг «черной дыры», и Меркурия, обращающегося вокруг Солнца. При этом формула (40б) более точная, так как она выводится из осцилляции упругого гравитационного поля взаимодействия системы планета — звезда и из обобщенного, где учитывается масса второго тела, третьего закона Кеплера, следствием которого является новый (обобщенный) закон всемирного тяготения (41).

СИММЕТРИЧНОСТЬ НОВОГО ЗАКОНА ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Новый закон всемирного тяготения подтверждается элементарными расчетами местоположения орбиты Луны. Действительно, согласно новому закону, сила притяжения между Луной и Землей

$$F_{\text{Л-З}} = \frac{Gm_{\oplus}m_{\text{Л}}}{r_0^2} = \left(1 + \frac{m_{\text{Л}}}{m_{\oplus}}\right) = \frac{Gm_{\oplus}m_{\text{Л}}}{r_0^2} \cdot (1 + 0,01230002) \quad (92)$$

отличается от известного закона Ньютона на величину

$$\Delta F_{\text{Л-З}} = \frac{Gm_{\oplus}m_{\text{Л}}}{r_0^2} \cdot 0,01230002,$$

где r_0 — среднее расстояние между центрами масс Земли и Луны, вычисляемое согласно обобщенному третьему закону Кеплера по формуле

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{Gm_{\oplus}\left(1 + \frac{m_{\text{Л}}}{m_{\oplus}}\right)T_{\text{сид}}^2}{4\pi^2}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{3,986005 \cdot 10^{20} \cdot 1,0123002 \cdot (2,354146354 \cdot 10^6)^2}{39,4784176}} = \\
 &= 3,840473345 \cdot 10^{10} = 384047,3345 \text{ км} \quad (93)
 \end{aligned}$$

с сидерическим периодом обращения Луны вокруг центра массы Земли, равным $T_{\text{сид}} = 27,321661$ сут $= 2,354146354 \cdot 10^6$ с [8]. При этом гравитационное ускорение Луны или напряженность гравитационного поля Земли в точке нахождения центра массы Луны имеет значение

$$\begin{aligned}
 |\vec{g}'_{\oplus}| &= \frac{Gm_{\oplus}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\odot}}{m_{\oplus}} \right) = \\
 &= \frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,9742 \cdot 10^{27}}{3,840473345^2 \cdot 10^{20}} \cdot 1,01230002 = \\
 &= 0,2702516342 \cdot 1,01230002 = 0,2735757347 \text{ см/с}^2, \quad (94)
 \end{aligned}$$

а гравитационное ускорение Луны или напряженность гравитационного поля Земли в точке нахождения центра массы Луны для известного закона Ньютона имеет значение

$$|\vec{g}'_{\oplus}| = \frac{Gm_{\oplus}}{r_0^2} = 0,2702516342 \text{ см/с}^2. \quad (95)$$

Для того чтобы Луна находилась на наблюдаемой орбите, центробежное (инерциальное) ускорение центра массы Луны, по модулю равное

$$\begin{aligned}
 |\vec{a}_{\odot}| &= \left(\frac{2\pi}{T_{\text{сид}}} \right)^2 \cdot r_0^2 = \\
 &= \left(\frac{2 \cdot 3,141592654}{2,354146354 \cdot 10^6} \right)^2 \cdot 3,840473345 \cdot 10^{10} = \\
 &= 0,2735757347 \text{ см/с}^2, \quad (96)
 \end{aligned}$$

должно равняться и быть противоположным центростремительному ускорению, т. е. напряженности гравитационного поля Земли в точке нахождения центра массы Луны.

Разница данных ускорений по новому

$$\Delta |\vec{g}'| = |\vec{a}_\oplus| - |\vec{g}'_\oplus| = 0,2735757347 - 0,2735757347 = 0 \quad (97)$$

и по известному закону Ньютона

$$\begin{aligned} \Delta |\vec{g}| = |\vec{a}_\oplus| - |\vec{g}_\oplus| &= 0,2735757347 - 0,2702516342 = \\ &= 3,3241005 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}^2 \end{aligned} \quad (98)$$

показывает, что новый закон всемирного тяготения в отличие от известного закона Ньютона дает высокую точность вычисления местоположения орбиты Луны, так как учитывает напряженность гравитационного поля Луны.

Проанализируем более подробно гравитационное взаимодействие Луны и Земли. Для этого в скрытой связи между обобщенным третьим законом Кеплера и новым законом всемирного тяготения, которая следует из преобразований

$$\begin{aligned} T_{\text{сид}} &= 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{G(m_\oplus + m_\oplus)}} \rightarrow T_{\text{сид}}^2 = \frac{4\pi^2 r_0^3}{Gm_\oplus \left(1 + \frac{m_\oplus}{m_\oplus}\right)} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{Gm_\oplus}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_\oplus}{m_\oplus}\right) \equiv \left(\frac{2\pi}{T_{\text{сид}}}\right)^2 \cdot r_0, \end{aligned} \quad (99)$$

раскроем смысл последнего равенства с использованием понятий локальных систем отсчета (рис. 8, 9, 10). Первая (рис. 8, 9, 10) локальная система отсчета XYZ — инерциальная имеет начало координат в центре инерции. Вторая (рис. 8, 9) локальная система отсчета $\overset{\circ}{X}, \overset{\circ}{Y}, \overset{\circ}{Z}$, жестко связанная с гравитационным полем Луны, имеет начало координат в центре массы Луны. Третья (рис. 8, 10) локальная система отсчета $\overset{\oplus}{X}, \overset{\oplus}{Y}, \overset{\oplus}{Z}$, жестко связанная с гравитационным полем Земли, имеет начало координат в центре массы Земли.

1.3.1

Обращение Земли и Луны вокруг общего центра инерции

В локальной системе отсчета $\overset{\circ}{X} \overset{\circ}{Y} \overset{\circ}{Z}$ (рис. 8) в точке нахождения центра массы Земли прикладывается направленный к центру инерции вектор напряженности

$$\left| \overset{\circ}{g}_D \right| = \frac{G m_D}{r_0^2} = \frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 7,348277948 \cdot 10^{25}}{3,840473345^2 \cdot 10^{20}} = \\ = 3,324100506 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}^2$$

гравитационного поля Луны, который суммируется с дополнительным (индуцируемым Луной в центре массы Земли) вектором напряженности гравитационного поля Луны

$$\Delta \left| \overset{\circ}{g}_D \right| = \frac{G m_D}{r_0^2} \cdot \frac{r'_0}{r_0} = \frac{G m_D}{r_0^2} \cdot \frac{m_D}{m_{\oplus}} = \\ = 3,324100506 \cdot 10^{-3} \cdot 1,230002 \cdot 10^{-2} = 4,088650271 \cdot 10^{-5} \text{ см/с}^2,$$

т. е. суммарная напряженность гравитационного поля Луны будет равна:

$$\left| \overset{\circ}{g}'_D \right| = \left| \overset{\circ}{g}_D \right| + \Delta \left| \overset{\circ}{g}_D \right| = \frac{G m_D}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_D}{m_{\oplus}} \right) = 3,364987009 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}^2.$$

Так как Земля обращается вокруг центра инерции, то относительно центра инерции в точке нахождения центра массы Земли появляется центростремительное (инерциальное) ускорение по модулю равное

$$\left| \vec{a}_{\oplus} \right| = \omega_0^2 r'_0 = \left(\frac{2\pi}{T_{\text{сил}}} \right)^2 \cdot r'_0 = \\ = \left(\frac{2 \cdot 3,141592654}{2,354146354 \cdot 10^6} \right)^2 \cdot 4,723789895 \cdot 10^8 = 3,364987009 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}^2,$$

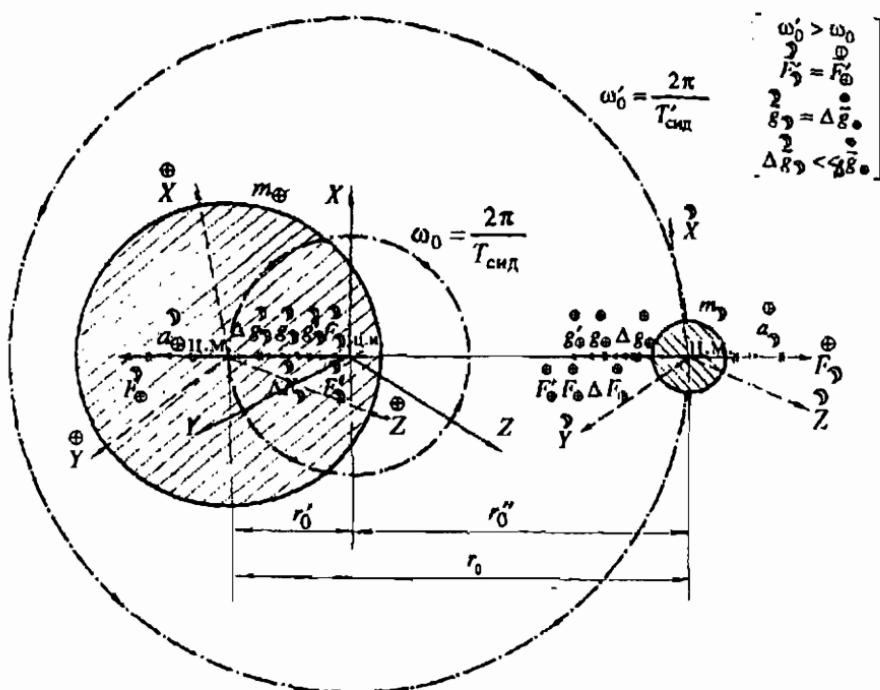


Рис. 8. XYZ — локальная система отсчета с началом координат в центре инерции (ц. и.); $X'Y'Z'$ — локальная, жестко связанная с гравитационным полем Луны система отсчета с началом координат в центре массы (ц. м.) Луны; $X''Y''Z''$ — локальная, жестко связанная с гравитационным полем Земли система отсчета с началом координат в центре масс Земли и Луны; $r'_0 = 384047,3345$ км — среднее расстояние между центрами масс Земли и Луны; $r'_0 = r_0 \sqrt{\frac{m_\oplus}{m_\odot}} = 4723,789895$ км — среднее расстояние между центром инерции и центром массы Земли $r''_0 = r_0 - r'_0 = 379323,5446$ км — среднее расстояние между центром инерции и центром массы Луны

которое равно и противоположно по направлению суммарной напряженности гравитационного поля Луны, т. е. $\vec{a}_\oplus = \vec{g}'_\odot$. При этом к центру массы Земли приложена сила тяготения Луны

$$\left| \vec{F}'_\odot \right| = m_\oplus \left| \vec{g}'_\odot \right| = \left| \vec{F}_\odot \right| + \Delta \left| \vec{F}_\odot \right| = \frac{G m_\oplus}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_\odot}{m_\oplus} \right) =$$

$$= 5,9742 \cdot 10^{27} \cdot 3,364987009 \cdot 10^{-3} = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2,$$

направленная к центру инерции двух тел. Соответственно, сила инерции Земли

$$\left| \vec{F}_\oplus \right| = m_\oplus \left| \vec{a}_\oplus \right| = 5,9742 \cdot 10^{27} \cdot 3,364987009 \cdot 10^{-3} = \\ = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2$$

равна и противоположна по направлению силе тяготения Луны \vec{F}'_\oplus .

Одновременно, в локальной системе отсчета $\overset{\oplus}{XYZ}$ в точке нахождения центра массы Луны прикладывается направленный к центру инерции вектор напряженности гравитационного поля Земли

$$\left| \vec{g}_\oplus^\oplus \right| = \frac{Gm_\oplus}{r_0^2} = \frac{3,986005 \cdot 10^{20}}{3,840473345 \cdot 10^{20}} = 0,2702516342 \text{ см}/\text{с}^2,$$

который суммируется с дополнительным (индуцируемым Землей в центре массы Луны) вектором напряженности гравитационного поля Земли

$$\Delta \left| \vec{g}_\oplus^\oplus \right| = \frac{Gm_\oplus}{r_0^2} \cdot \frac{r'_0}{r_0} = \frac{Gm_\oplus}{r_0^2} \cdot \frac{m_\oplus}{m_\oplus} = 0,2702516342 \cdot 1,230002 \cdot 10^{-2} = \\ = 3,324100506 \cdot 10^{-3} \text{ см}/\text{с}^2,$$

т. е. суммарная напряженность гравитационного поля Земли равна

$$\left| \vec{g}'_\oplus \right| = \left| \vec{g}_\oplus^\oplus \right| + \Delta \left| \vec{g}_\oplus^\oplus \right| = \frac{Gm_\oplus}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_\oplus}{m_\oplus} \right) = 0,2735757347 \text{ см}/\text{с}^2.$$

Так как Луна обращается вокруг центра инерции, то относительно центра инерции в точке нахождения центра массы Луны появляется центростремительное инерциальное ускорение, по модулю равное

$$\left| \vec{a}_\oplus^\oplus \right| = \left(\frac{2\pi}{T'_{\text{сид}}} \right) \cdot r''_0 = 0,2735757347 \text{ см}/\text{с}^2,$$

где

$$T'_{\text{сид}} = 2\pi \sqrt{\frac{r_0''}{|\vec{a}_D|}} = 6,283185307 \cdot \sqrt{\frac{3,793235446 \cdot 10^{10}}{0,2735757347}} \times \\ \times \frac{1}{8,616410087 \cdot 10^4} = 27,15311262 \text{ сут.}$$

— сидерический период обращения Луны вокруг центра инерции. Данное центробежное (инерциальное) ускорение равно и противоположно по направлению суммарной напряженности гравитационного поля Земли, т. е. $\vec{a}_D = \vec{g}_{\oplus}'$. При этом к центру массы Луны приложена сила тяготения

$$\left| \vec{F}'_{\oplus} \right| = m_D \left| \vec{g}_{\oplus}' \right| = \left| \vec{F}_{\oplus} \right| + \Delta \left| \vec{F}_{\oplus} \right| = \frac{Gm_D m_{\oplus}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_D}{m_{\oplus}} \right) = \\ = 7,348277948 \cdot 10^{25} \cdot 0,273575734 = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2.$$

Соответственно, сила инерции Луны

$$\left| \vec{F}'_{\oplus} \right| = m_D \left| \vec{a}_D \right| = 7,348277948 \cdot 10^{25} \cdot 0,2735757347 = \\ = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2.$$

равна и противоположна по направлению силе тяготения Земли \vec{F}'_{\oplus} .

Таким образом, равновесие системы Земля-Луна относительно центра инерции достигается приложенными в точках нахождения центров масс Земли и Луны дополнительными индуцированными силами тяготения

$$\Delta \left| \vec{F}_D \right| = \Delta \left| \vec{F}_{\oplus} \right| = \frac{Gm_D^2}{r_0^2} = 7,348277948 \cdot 10^{25} \cdot 3,324100506 \cdot 10^{-3} = \\ = 0,02442641445 \cdot 10^{25} \text{ см}/\text{с}^2,$$

с которыми центр инерции дополнительно притягивает Землю и Луну. Кроме того, условием равновесия является меньший сидерический период $T'_{\text{сид}} = 27,15311262$ сут. обращения Луны вокруг

центра инерции по сравнению с сидерическим периодом $T_{\text{сид}} = 27,321661$ сут. обращения Земли вокруг того же центра инерции, т. е.

$$T'_{\text{сид}} < T_{\text{сид}} \text{ или } \omega'_0 = \frac{2\pi}{T'_{\text{сид}}} > \omega_0 = \frac{2\pi}{T_{\text{сид}}}.$$

1.3.2

Земля с отключенным гравитационным полем в системе отсчета $\overset{\circ}{X} \overset{\circ}{Y} \overset{\circ}{Z}$

В локальной системе отсчета $\overset{\circ}{X} \overset{\circ}{Y} \overset{\circ}{Z}$ (рис. 9) в точке нахождения центра массы Земли прикладывается направленный к центру массы Луны вектор напряженности гравитационного поля Луны

$$\left| \overset{\circ}{g}_{\overset{\circ}{Y}} \right| = \frac{G m_{\oplus}}{r_0^2} = 3,324100506 \cdot 10^{-3} \text{ см}/\text{с}^2,$$

который суммируется с дополнительным (индуцируемым Луной в центре массы Земли) вектором напряженности гравитационного поля Луны

$$\Delta \left| \overset{\circ}{g}_{\overset{\circ}{Y}} \right| = \frac{G m_{\oplus}}{r_0^2} \cdot \frac{r'_0}{r_0} = \frac{G m_{\oplus}}{r_0^2} \cdot \frac{m_{\oplus}}{m_{\oplus}} = 4,088650271 \cdot 10^{-5} \text{ см}/\text{с}^2,$$

т. е. суммарная напряженность гравитационного поля Луны будет равна

$$\left| \overset{\circ}{g}'_{\overset{\circ}{Y}} \right| = \left| \overset{\circ}{g}_{\overset{\circ}{Y}} \right| + \Delta \left| \overset{\circ}{g}_{\overset{\circ}{Y}} \right| = \frac{G m_{\oplus}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\oplus}}{m_{\oplus}} \right) = 3,364987009 \cdot 10^{-3} \text{ см}/\text{с}^2.$$

Так как Земля с отключенным гравитационным полем должна обращаться вокруг Луны в системе отсчета $\overset{\circ}{X} \overset{\circ}{Y} \overset{\circ}{Z}$, то относительно центра массы Луны в точке нахождения центра массы Земли должно появиться центробежное (инерциальное) ускорение, по модулю равное

$$\left| \overset{\circ}{a}_{\oplus} \right| = \omega_{\oplus}^2 r_0 = \left(\frac{2\pi}{T_{\oplus}} \right)^2 \cdot r_0 = 3,364987009 \cdot 10^{-3} \text{ см}/\text{с}^2,$$

$$\omega'_0 > \omega_0 \gg \omega_{\oplus}$$

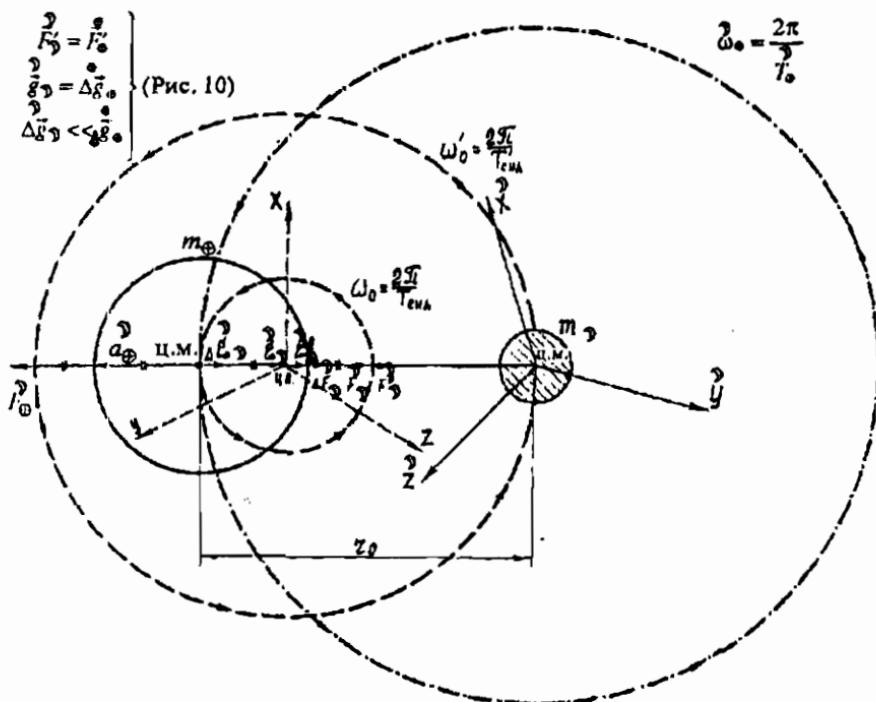


Рис. 9. XYZ — локальная инерциальная система отсчета с началом координат в центре инерции (ц. и.); X', Y', Z' — локальная, жестко связанная с гравитационным полем Луны система отсчета с началом координат в центре массы (ц. м.) Луны; $r_0 = 384047,3345$ км — среднее расстояние между центрами масс Земли и Луны

где

$$\begin{aligned}
 |T_{\oplus}^{\ddot{\theta}}| &= 2\pi \sqrt{\frac{r_0}{|\ddot{a}_{\oplus}|}} \cdot \frac{1}{t_{\text{сут}}} = \\
 &= 6,283185307 \cdot \sqrt{\frac{3,840473345 \cdot 10^{10}}{3,364987009 \cdot 10^{-3}}} \cdot \frac{1}{8,616410087 \cdot 10^4} = \\
 &= 246,3509206 \text{ сут.}
 \end{aligned}$$

период обращения Земли вокруг Луны в системе отсчета $\overset{\text{Д}}{X}\overset{\text{Д}}{Y}\overset{\text{Д}}{Z}$. Данное инерциальное ускорение равно и противоположно по направлению суммарной напряженности гравитационного поля массы Луны, т. е. $\overset{\text{Д}}{\vec{a}_{\oplus}} = \overset{\text{Д}}{\vec{g}'_{\oplus}}$. При этом к центру массы Земли приложена сила тяготения

$$\begin{aligned} \left| \overset{\text{Д}}{\vec{F}'_{\oplus}} \right| &= m_{\oplus} \left| \overset{\text{Д}}{\vec{g}'_{\oplus}} \right| = \left| \overset{\text{Д}}{\vec{F}_{\oplus}} \right| + \Delta \left| \overset{\text{Д}}{\vec{F}_{\oplus}} \right| = \frac{G m_{\oplus} m_{\oplus}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\oplus}}{m_{\oplus}} \right) = \\ &= 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2, \end{aligned}$$

направленная к центру массы Луны. Соответственно, сила инерции Земли

$$\left| \overset{\text{Д}}{\vec{F}_{\oplus}} \right| = m_{\oplus} \left| \overset{\text{Д}}{\vec{a}_{\oplus}} \right| = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2,$$

равна и противоположна силе тяготения Луны $\left| \overset{\text{Д}}{\vec{F}'_{\oplus}} \right|$.

Отметим следующее. Земля с отключенным гравитационным полем обращается вокруг Луны в системе отсчета $\overset{\text{Д}}{X}, \overset{\text{Д}}{Y}, \overset{\text{Д}}{Z}$ (рис. 9) с периодом T_{\oplus} , равным периоду прецессии $\overset{\text{Д}}{T}_{\text{прец}\oplus}$ плоскости эллиптической орбиты центра массы Земли при обращении вокруг центра инерции (рис. 8) относительно плоскости эллиптической орбиты Луны при обращении вокруг того же центра инерции. При этом плоскость эллиптической орбиты Луны совпадает с плоскостью круговой орбиты центра массы Земли. В результате имеем:

$$T_{\oplus} \equiv \overset{\text{Д}}{T}_{\text{прец}\oplus} = T_{\text{сил}} \left(\frac{2 + e_{\oplus}^2}{4e_{\oplus}} \right).$$

Подставляя в это равенство значение $\overset{\text{Д}}{T}_{\oplus} = 246,3509206$ сут и значение сидерического обращения центра массы Земли вокруг центра инерции $T_{\text{сил}} = 27,321661$ сут, входящее в $\overset{\text{Д}}{T}_{\text{прец}\oplus} \equiv \overset{\text{Д}}{T}_{\oplus}$, получим уравнение второй степени с неизвестным эксцентриситетом орбиты центра массы Земли e_{\oplus} :

$$e_{\oplus}^2 - 36,06675606 \cdot e_{\oplus} + 2 = 0.$$

Решение этого уравнения дает среднее значение эксцентриситета эллиптической орбиты центра массы Земли при обращении вокруг центра инерции, равное $e_{\oplus} = 0,055538249$. А так как период прецессии плоскости эллиптической орбиты Луны $\overline{T}_{\text{прец}} \downarrow$ при обращении вокруг того же центра инерции (рис. 8), также равен периоду \overline{T}_{\oplus} обращения Земли с отключенным гравитационным полем вокруг Луны в системе отсчета $\overset{\oplus}{X}\overset{\oplus}{Y}\overset{\oplus}{Z}$ (рис. 9), то имеем:

$$\overline{T}_{\oplus} \equiv \overline{T}_{\text{прец}} \downarrow = T'_{\text{сил}} \left(\frac{2 + e_{\oplus}^2}{4e_{\oplus}} \right).$$

Подставляя в это равенство значение $\overline{T}_{\oplus} = 246,3509206$ сут и значение сидерического обращения Луны вокруг центра инерции $T'_{\text{сил}} = 27,15311262$ сут, входящее в $\overline{T}_{\text{прец}} \downarrow = \overline{T}_{\oplus}$, получим другое уравнение второй степени с неизвестным эксцентриситетом орбиты Луны e_{\oplus} :

$$e_{\oplus}^2 - 36,29063521 \cdot e_{\oplus} + 2 = 0.$$

Решение этого уравнения дает среднее значение эксцентриситета эллиптической орбиты Луны при обращении вокруг центра инерции, равное $e_{\oplus} = 0,055194572$. При этом $e_{\oplus} < e_{\oplus}$.

1.3.3

Луна с отключенным гравитационным полем в системе отсчета $\overset{\oplus}{X}\overset{\oplus}{Y}\overset{\oplus}{Z}$

В локальной системе отсчета $\overset{\oplus}{X}\overset{\oplus}{Y}\overset{\oplus}{Z}$ (рис. 10) в точке нахождения центра массы Луны прикладывается направленный к центру массы Земли вектор напряженности гравитационного поля Земли

$$\left| \overset{\oplus}{g}_{\oplus}' \right| = \frac{Gm_{\oplus}}{r_0^2} = 0,2702516342 \text{ см/с}^2,$$

$$\omega'_0 > \omega_0 = \dot{\omega}_0$$

$$\left. \begin{aligned} F'_0 &= \vec{F}_0 \\ \Delta g_0 &= \frac{2}{r_0^2} \\ \Delta \vec{g}_0 &> \gg \vec{F}_0 \end{aligned} \right\} \text{(Рис. 9)}$$

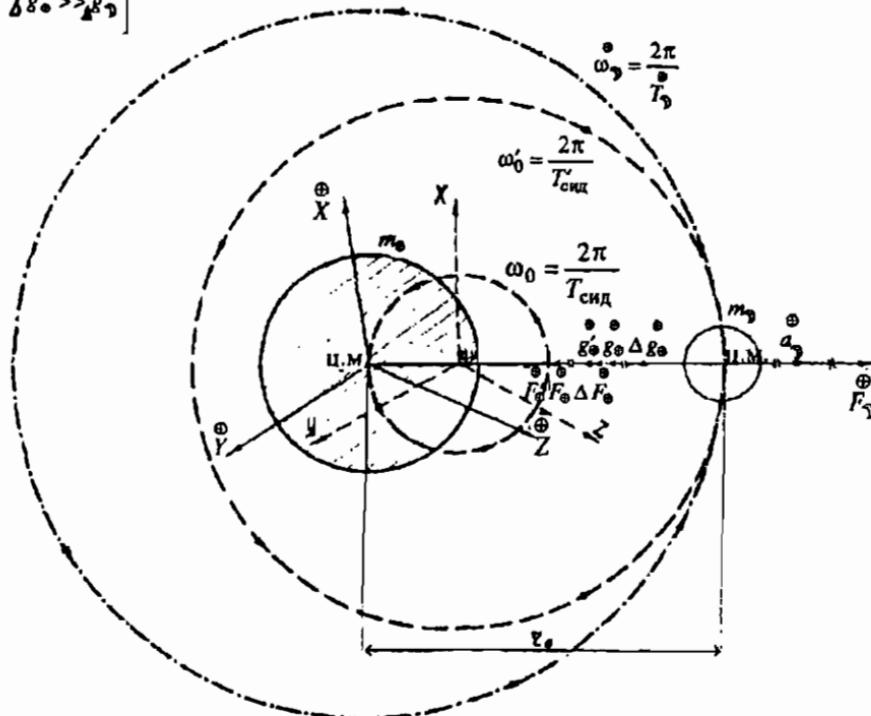


Рис. 10. XYZ — локальная инерциальная система отсчета с началом координат в центре (ц. и.); $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ — локальная, жестко связанная с гравитационным полем Земли система отсчета с началом координат в центре массы (ц. м.) Земли; $r_0 = 384047,3345$ км — среднее расстояние между центрами масс Земли и Луны

который суммируется с дополнительным (индукцируемым Землей в центре массы Луны) вектором напряженности гравитационного поля Земли.

$$\Delta |\vec{g}_0| = \frac{G m_\oplus}{r_0^2} \cdot \frac{r'_0}{r_0} = \frac{G m_\oplus}{r_0^2} \cdot \frac{m_\oplus}{m_\oplus} = 3,324100506 \cdot 10^{-3} \text{ см}/\text{с}^2,$$

т. е., суммарная напряженность гравитационного поля Земли будет равна

$$\left| \vec{g}_{\oplus}^{\prime \oplus} \right| = \left| \vec{g}_{\oplus}^{\oplus} \right| + \Delta \left| \vec{g}_{\oplus}^{\oplus} \right| = \frac{G m_{\oplus}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} \right) = 0,2735757347 \text{ см/с}^2.$$

Так как Луна с отключенным гравитационным полем должна обращаться вокруг центра массы Земли в системе отсчета $\overset{\oplus}{X}\overset{\oplus}{Y}\overset{\oplus}{Z}$, то относительно центра массы Земли должно появляться центробежное (инерциальное) ускорение, по модулю равное

$$\left| \vec{a}_{\wp}^{\oplus} \right| = \left(\frac{2\pi}{T_{\wp}^{\oplus}} \right) \cdot r_0 = \left(\frac{6,283185307}{2,354146354} \right)^2 \cdot 3,840473345 \cdot 10^{10} = \\ = 0,2735757347 \text{ см/с}^2,$$

где T_{\wp}^{\oplus} — период обращения Луны вокруг центра массы Земли в системе отсчета $\overset{\oplus}{X}\overset{\oplus}{Y}\overset{\oplus}{Z}$, который равен $T_{\text{сид}}$. Данное инерциальное ускорение равно и противоположно по направлению суммарной напряженности гравитационного поля Земли, т. е. $\overset{\oplus}{\vec{a}}_{\wp} = \overset{\oplus}{\vec{g}}_{\oplus}'$. При этом к центру массы Луны приложена сила тяготения Земли

$$\left| \overset{\oplus}{\vec{F}}_{\oplus}^{\prime \oplus} \right| = m_{\wp} \left| \overset{\oplus}{\vec{a}}_{\wp} \right| = \left| \overset{\oplus}{\vec{F}}_{\oplus}^{\oplus} \right| + \Delta \left| \overset{\oplus}{\vec{F}}_{\oplus}^{\oplus} \right| = \frac{G m_{\oplus} m_{\wp}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} \right) = \\ = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см/с}^2,$$

направленная к центру массы Земли. Соответственно, сила инерции Луны

$$\left| \overset{\oplus}{\vec{F}}_{\wp}^{\oplus} \right| = m_{\wp} \left| \overset{\oplus}{\vec{a}}_{\wp} \right| = 2,010310539 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см/с}^2$$

равна и противоположна по направлению силе тяготения Земли $\overset{\oplus}{\vec{F}}_{\oplus}$.

Согласно пп. 1, 2 и 3, новый закон всемирного тяготения симметричен — притяжение Земли Луной

$$\left| \overset{\oplus}{\vec{F}}_{\wp}^{\prime \oplus} \right| = \frac{G m_{\wp} m_{\oplus}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} \right)$$

такое же, как и притяжение Луны Землей

$$\left| \vec{F}_{\oplus}^{\prime} \right| = \frac{G m_{\oplus} m_{\wp}}{r_0^2} \left(1 + \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} \right).$$

Симметрия нового закона всемирного тяготения и, следовательно, сохранение третьего закона Ньютона следует, как уже рассмотрено в п. 1, из условия равновесия обращающихся вокруг центра инерции гравитирующих тел, в данном случае, Земли и Луны,

$$\frac{m_{\wp} |\vec{r}_0| - m_{\oplus} |\vec{r}'_0|}{m_{\oplus} + m_{\wp}} = 0. \quad (100)$$

Равенство (100) предполагает равенство

$$|\vec{r}'_0| = \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} |\vec{r}_0|,$$

где $|\vec{r}'_0|$ — среднее расстояние между центром массы Земли и центром инерции. Поскольку $|\vec{r}'_0| = \Delta |\vec{r}_0|$, то имеем равенство

$$\Delta |\vec{r}_0| = \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} |\vec{r}_0|,$$

которое пропорционально равенству

$$\Delta |\vec{F}_{\wp-\oplus}| = \frac{m_{\wp}}{m_{\oplus}} |\vec{F}_{\wp-\oplus}|,$$

где $|\vec{F}_{\wp-\oplus}| = \frac{G m_{\oplus} m_{\wp}}{r_0^2}$ — сила тяготения по Ньютону, а $\Delta |\vec{F}_{\wp-\oplus}| =$

$= \frac{G m_{\wp}^2}{r_0^2}$ — индуцируемая добавка к силе тяготения Ньютона.

Отметим следующее. Если бы Луна не обращалась вокруг Земли и, следовательно, не имела бы центробежной силы инерции \vec{F}_{\wp}^{\oplus} (рис. 10), то средняя скорость и среднее время свободного падения абсолютно твердой Луны на поверхность абсолютно твердой без атмосферы Земли на отрезке пути

$$\begin{aligned} l &= r_0 - (r_{\oplus} + r_{\wp}) = 3,840473345 \cdot 10^{10} - (6,371 \cdot 10^8 + 1,738 \cdot 10^8) = \\ &= 3,759383345 \cdot 10^{10} \text{ см} = 375938,3345 \text{ км}, \end{aligned}$$

где $r_{\oplus} = 6371$ км; $r_{\downarrow} = 1738$ км — радиусы Земли и Луны, имели бы по известному закону Ньютона, соответственно значения:

$$\begin{aligned}\overset{\oplus}{V}_{\downarrow} &= \sqrt{\overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow_2} - \overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow_1} \right)} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{Gm_{\oplus}}{r_{\oplus} + r_{\downarrow}} - \frac{Gm_{\oplus}}{r_0} \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{Gm_{\oplus}}{2} \left(\frac{1}{r_{\oplus} + r_{\downarrow}} - \frac{1}{r_0} \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,9742 \cdot 10^{27}}{2} \left(\frac{1}{8,109 \cdot 10^8} - \frac{1}{3,840473345 \cdot 10^{10}} \right)} = \\ &= \sqrt{24,05871353 \cdot 10^{10}} = 4,90496825 \cdot 10^5 \text{ см/с} = 4,90496825 \text{ км/с} = \\ &= 17657,8857 \text{ км/ч};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overset{\oplus}{t}_{\downarrow} &= \frac{l}{\overset{\oplus}{V}_{\downarrow}} = \frac{r_0 - (r_{\oplus} + r_{\downarrow})}{\overset{\oplus}{V}_{\downarrow}} = \frac{3,759383345 \cdot 10^{10}}{4,90496825 \cdot 10^5} = \\ &= 7,664439714 \cdot 10^4 \text{ с} = 0 \text{ сут } 21 \text{ ч } 17 \text{ м } 63,97 \text{ с.}\end{aligned}$$

Здесь, согласно равенству средней кинетической энергии половине средней взаимно-потенциальной энергии:

$$\overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow} = \frac{1}{2} \left(\overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow_2} - \overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow_1} \right)$$

— средний потенциал гравитационного поля Земли за среднее время $\overset{\oplus}{t}_{\downarrow}$ падения Луны, где $\overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow_2} = \frac{Gm_{\oplus}}{r_{\oplus} + r_{\downarrow}}$ — потенциал гравитационного поля Земли в конце падения Луны на расстоянии

$$r_{\oplus} + r_{\downarrow} = 8,109 \cdot 10^8 = 8109 \text{ км}$$

от центра Луны до центра Земли, а $\overset{\oplus}{\varphi}_{\downarrow_1} = \frac{Gm_{\oplus}}{r_0}$ — потенциал гравитационного поля Земли в начале падения Луны на расстоянии $r_0 = 3,840473345 \cdot 10^{10}$ см от центра Луны до центра Земли.

По новому же закону тяготения средняя скорость и среднее время свободного падения Луны имели бы, соответственно,

значения:

$$\begin{aligned}
 \frac{\oplus'}{V_D} &= \sqrt{\frac{\oplus'}{\varphi_D}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\oplus'}{\varphi_{D_2}} - \frac{\oplus'}{\varphi_{D_1}} \right)} = \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{Gm_\oplus}{r_\oplus + r_D} \left(1 + \frac{m_D}{m_\oplus} \right) - \frac{Gm_\oplus}{r_0} \left(1 + \frac{m_D}{m_\oplus} \right) \right]} = \\
 &= \sqrt{\frac{Gm_\oplus}{2} \left(1 + \frac{m_D}{m_\oplus} \right) \left(\frac{1}{r_\oplus + r_D} - \frac{1}{r_0} \right)} = \\
 &= \sqrt{24,05871353 \cdot 10^{10} \cdot 1,0120002} = \sqrt{24,3474229 \cdot 10^{10}} = \\
 &= 4,934310783 \cdot 10^5 \text{ см/с} = 4,93431078 \text{ км/с} = 17763,5188 \text{ км/ч}; \\
 \frac{\oplus'}{t_D} &= \frac{l}{\frac{\oplus'}{V_D}} = \frac{3,759383345 \cdot 10^{10}}{4,934310783 \cdot 10^5} = 7,618862107 \cdot 10^4 \text{ с} = \\
 &= 0 \text{ сут } 21 \text{ ч } 9 \text{ мин } 48,62 \text{ с}
 \end{aligned}$$

Разница во времени падения Луны по закону Ньютона и по новому закону имела бы значение

$$\begin{aligned}
 \Delta \frac{\oplus}{t_D} &= \frac{\oplus}{t_D} - \frac{\oplus'}{t_D} = 7,664439714 \cdot 10^4 \text{ с} - 7,618862107 \cdot 10^4 \text{ с} = \\
 &= 0,045577607 \cdot 10^4 \text{ с} = 7 \text{ мин } 35,78 \text{ с.}
 \end{aligned}$$

Данная разница объясняется тем, что ускорение свободного падения Луны — не пробного тела в системе отсчета Земли отличалось бы от ускорения свободного падения Луны-пробного тела при одном и том же расстоянии от центра массы Земли на величину

$$\vec{g}_\oplus = \frac{Gm_\oplus}{r_0^2} \cdot \frac{m_D}{m_\oplus} = \frac{Gm_D}{r_0^2}.$$

Например, у поверхности Земли на величину

$$\begin{aligned}
 \Delta |\vec{g}_\oplus| &= \frac{Gm_D}{r_\oplus + r_D} = \frac{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 7,348277948 \cdot 10^{25}}{(8,109 \cdot 10^8)^2} = \\
 &= 7,456054192 \text{ см/с}^2.
 \end{aligned}$$

Рассмотренный случай указывает на то, что при свободном падении первого тела с массой покоя не равной нулю в системе отсчета второго тела, равенство инертной и гравитационной масс первого тела не соблюдается. Другими словами, ускорение свободного падения первого тела зависит от его массы. Из приведенного анализа также следует, что при равных массах $m_1 = m_2 = m$ сила тяготения

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) = 2 \frac{Gm^2}{r^2}$$

между центрами масс двух гравитирующих тел и энергия поля взаимодействия — потенциальная энергия

$$U_{\text{пот}} = 2 \frac{Gm^2}{r}$$

имеют удвоенную величину по сравнению с силой тяготения и энергией, принятой в классической механике.

Рассмотрим смещение перигея лунной орбиты.

Для невозмущенной эллиптической орбиты системы Земля-Луна смещение перигея Луны за один оборот вокруг центра массы Земли по формуле (40б) дает значение

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{D}} &= 2\pi \frac{m_{\text{D}}}{2m_{\oplus}} \left(1 - e_{\text{D}}^{*2} \right) = 2\pi \frac{0,01230002}{2} (1 - 0,0549^2) = \\ &= 2\pi \cdot 6,131473808 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 3,852518614 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = \\ &= 2,207330571^\circ = 2^\circ 14' 26,4'', \end{aligned} \quad (40\text{в})$$

где $e_{\text{D}}^* = 0,0549$ — средний наблюдаемый эксцентриситет орбиты Луны при обращении вокруг центра массы Земли.

А так как Луна существенно не «пробное» тело и отношение массы Луны к массе Земли на пять порядков больше отношения массы Меркурия к массе Солнца, то необходимо учитывать третий член при биномиальном разложении в ряд множителя $\sqrt{1 + \frac{m_{\text{D}}}{m_{\oplus}}}$ угловой частоты осцилляции

$$\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{m_{\text{D}}}{m_{\oplus}}}$$

массы $m_{\text{Л}}$ Луны в переменном гравитационном поле. В результате имеем

$$\begin{aligned}\Delta\varphi'_{\text{Л}} &= 2\pi \frac{m_{\text{Л}}}{2m_{\oplus}} \left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{m_{\text{Л}}}{m_{\oplus}} \right) \cdot \left(1 - e_{\text{Л}}^{*2} \right) = \\ &= 3,852518614 \cdot 10^{-2} \cdot 0,996924992 = \\ &= 3,840672117 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 2,200543028^{\circ} = 2^{\circ}12'1,95''.\end{aligned}\quad (40\text{г})$$

Наблюдаемое же смещение перигея Луны следующее [8]:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi''_{\text{Л}} &= 2\pi \frac{T_{\text{аном}}}{T_{\text{периг}}} = 2\pi \frac{27,554551}{3232,582341} = \\ &= 2\pi \cdot 8,524005916 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 3,06864213^{\circ} = 3^{\circ}04'7,11''.\end{aligned}\quad (101)$$

Здесь:

$$T_{\text{периг}} = \frac{T_{\text{сид}} \cdot T_{\text{аном}}}{T_{\text{аном}} - T_{\text{сид}}} = \frac{27,321661 \cdot 27,554551}{27,554551 - 27,321661} = 3232,582341 \text{ сут}$$

— период обращения перигея Луны (период обращения линии апсид); $T_{\text{сид}} = 27,321661$ сут — длительность сидерического месяца, т. е. периода обращения Луны относительно звезд; $T_{\text{аном}} = 27,554551$ сут — длительность аномалистического месяца, т. е. периода обращения Луны относительно перигея.

Дополнительное смещение перигея Луны

$$\Delta\varphi''_{\text{Л}} - \Delta\varphi'_{\text{Л}} = 3,06864213^{\circ} - 2,200543028^{\circ} = 0,868099102^{\circ} = 0^{\circ}52'5,16''$$

происходит, во-первых, из-за возмущения ее орбиты Солнцем — эвекции, когда в новолуние Солнце притягивает Луну сильнее, удаляя ее от Земли, а в полнолуние оттягивает Землю от Луны, также увеличивая расстояние Земля—Луна. В промежутках между этими двумя положениями Солнце стремится сблизить их между собой. Тем самым эвекция периодически изменяет эллиптичность и, соответственно, эксцентриситет лунной орбиты. Во-вторых, дополнительное смещение происходит из-за прецессии плоскости эллиптической лунной орбиты при обращении Луны за период

$T'_{\text{сид}}$ вокруг центра инерции относительно плоскости эллиптической орбиты центра массы Земли при обращении его за период $T_{\text{сид}}$ вокруг того же центра инерции.

Умножим невозмущенное смещение перигея Луны по формуле (40г) на коэффициент

$$K_1 = \frac{T_{\text{эвеки}}}{T_{ee}} = \frac{31,8119382}{205,892409} = 0,154507587. \quad (102)$$

Здесь:

$$T_{\text{эвеки}} = \frac{T_{\text{синод}} \cdot T_{\text{аном}}}{2T_{\text{аном}} - T_{\text{синод}}} = \frac{29,53058823 \cdot 27,554551}{2 \cdot 27,554551 - 29,53058823} = 31,8119322 \text{ сут}$$

— период изменения эвекции, куда входит

$$T_{\text{синод}} = \frac{\frac{T_{\text{год}}}{*}}{\frac{T_{\text{год}}}{*} - 1} = \frac{\frac{365,25636042}{*}}{\frac{365,25636042}{*} - 1} = 29,53058823, \text{ сут}$$

— период синодического месяца (лунного месяца), т. е. период смены лунных фаз, где $\frac{T_{\text{год}}}{*}$ — звездный год в сутках;

$$T_{ee} = \frac{\frac{T_{\text{год}} \cdot T_{\text{периг}}}{*}}{2(T_{\text{периг}} - \frac{T_{\text{год}}}{*})} = \frac{365,25636042 \cdot 3232,582341}{2 \cdot (3232,582341 - 365,25636042)} = \\ = 205,8924009 \text{ сут}$$

— период изменения эксцентриситета лунной орбиты.

Умножим также невозмущенное смещение перигея Луны по формуле на второй коэффициент

$$K_2 = \frac{\bar{T}_{\text{прец}}}{T_{\text{сид}}} = \frac{246,3509206}{27,321661} = 9,016689015, \quad (103)$$

где

$$\bar{T}_{\text{прец}} = T'_{\text{сид}} \left(\frac{2 + e^2}{4e} \right) = 246,3509206 \text{ сут}$$

— период прецессии плоскости эллиптической лунной орбиты с эксцентриситетом

$$e_{\text{д}} = 0,055194572$$

при обращении ц. м. Луны вокруг центра инерции за

$$T'_{\text{сид}} = 27,15311262 \text{ сут}$$

относительно плоскости эллиптической орбиты ц. м. Земли с эксцентризитетом

$$e_{\oplus} = 0,055538249$$

при обращении за

$$T_{\text{сид}} = 27,321661 \text{ сут}$$

вокруг того же центра инерции. В результате получим

$$\begin{aligned} \Delta\varphi''_{\text{Д}} &= \varphi'_{\text{Д}} \cdot K_1 \cdot K_2 = \\ &= 2,200543028^\circ \cdot 0,154507587 \cdot 9,016689015 = \\ &= 3,065679615^\circ = 3^\circ 03' 56,45'', \end{aligned} \quad (104)$$

что дает погрешность относительно наблюдаемого значения (101) в пределах

$$\delta = \frac{\Delta\varphi''_{\text{Д}} - \Delta\varphi''_{\text{Д}}}{\Delta\varphi''_{\text{Д}}} \cdot 100\% \approx 0,097\%. \quad (105)$$

По ОТО вычисление смещения перигея Луны, из-за слабой нелинейности (кривизны) гравитационного поля Земли и большой инерционности Луны, дает практически нулевое значение

$$\begin{aligned} \Delta\varphi^*_{\text{Д}} &= 2\pi - \frac{1,5r_g''}{r_0(1-e_{\text{Д}}^{*2})} = \\ &= 2\pi \frac{1,5 \cdot 0,887005748}{3,840473345 \cdot 10^{10} \cdot (1 - 0,0549^2)} = \\ &= 2\pi \cdot 3,474912574 \cdot 10^{-11} \text{ рад}, \end{aligned} \quad (106)$$

где

$$r_g'' = \frac{2Gm_{\oplus}}{c^2} = 0,887005748 \text{ см}$$

— гравитационный радиус Земли.

Это еще раз указывает на то, что формула (42) для вычисления смещения перигея применима с неизбежной погрешностью только для тела с очень малой массой покоя, т. к. формула (42), как и вся ОТО, не учитывает полную энергию связи:

$$\overline{U}_{\text{cb}} = \frac{GMm}{r_0} \left(1 + \frac{m}{M} \right),$$

которая при $m \rightarrow 0$ стремится к нулю.

ФАЗОВАЯ СКОРОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

Проявление упругости гравитационного поля взаимодействия в кеплеровской задаче движения тел позволяет доказать, что фазовая скорость гравитационной волны в идеализированной модели с абсолютно жесткими гравитационными зарядами звезды (\sqrt{GM}) и планеты (\sqrt{Gm}) описывается в общем случае формулой

$$\nu_g = \sqrt{\frac{\tilde{\bar{E}}_g}{\tilde{\bar{\rho}}_g}} = \sqrt{\frac{3(1-2\tilde{\bar{\mu}}_g)\tilde{\bar{k}}_g}{\tilde{\bar{\rho}}_g}} = \\ = c\sqrt{\frac{1-2\mu_g}{e \cos \omega_0 \tau}} = c\sqrt{\frac{1-2 \cdot 0,5(1 - e \cos \omega_0 \tau)}{e \cos \omega_0 \tau}} = c, \quad (107)$$

где $\tilde{\bar{E}}_g$ — осциллирующий модуль Юнга; $\tilde{\bar{\rho}}_g$ — осциллирующая плотность массы поля взаимодействия; $\tilde{\bar{k}}_g$ — осциллирующий модуль объемной упругости; $\tilde{\bar{\mu}}_g = \bar{\mu}_g - \bar{\mu}_g = 0,5(1 - e \cos \omega_0 \tau)$ — коэффициент Пуассона с постоянной $\bar{\mu}_g$ и переменной $\tilde{\bar{\mu}}_g$ составляющими гравитационного поля, порожденного гравитацион-

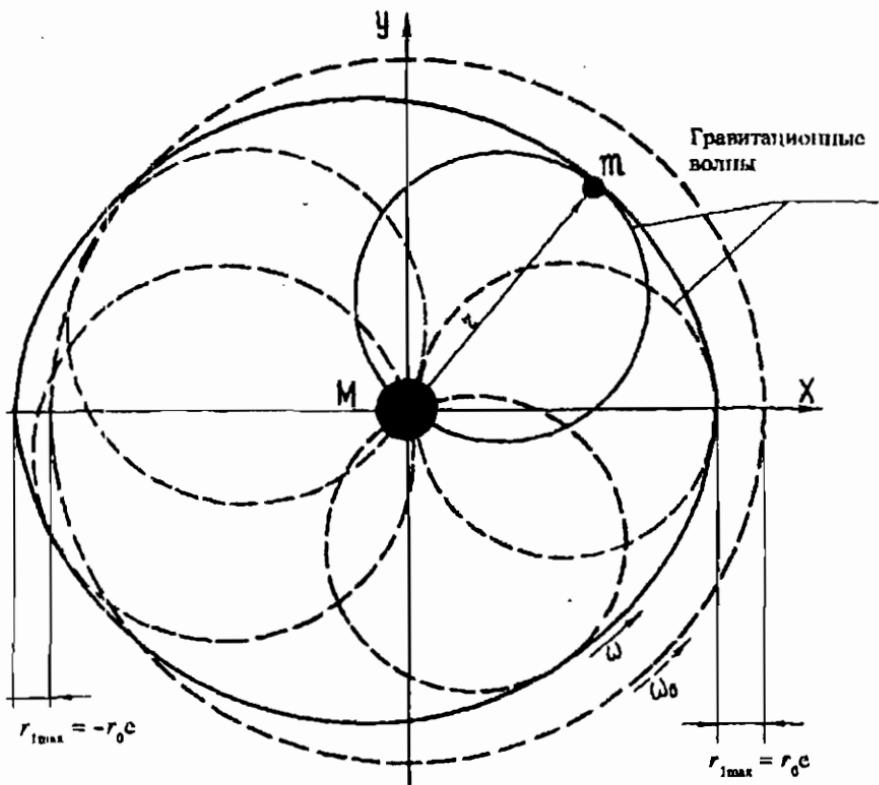


Рис. 11. Излучение гравитационных волн при движении по эллиптической орбите абсолютно жесткого гравитационного заряда \sqrt{Gm} вокруг абсолютно жесткого гравитационного заряда \sqrt{GM}

ным взаимодействием масс (зарядов); $\tau = \int_0^t \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2(0,5r_0)^2}{c^2}} dt$ — собственное время; $\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0^3}}$ — круговая частота орбитального движения планеты; c — скорость света; e — эксцентриситет орбиты.

Формула (107) отражает как фазовую скорость сферических гравитационных волн (рис. 11) в плоском (псевдоевклидовом) пространстве при движении по эллиптической орбите ($e \neq 0$), так и скорость изменения стационарного гравитационного поля взаи-

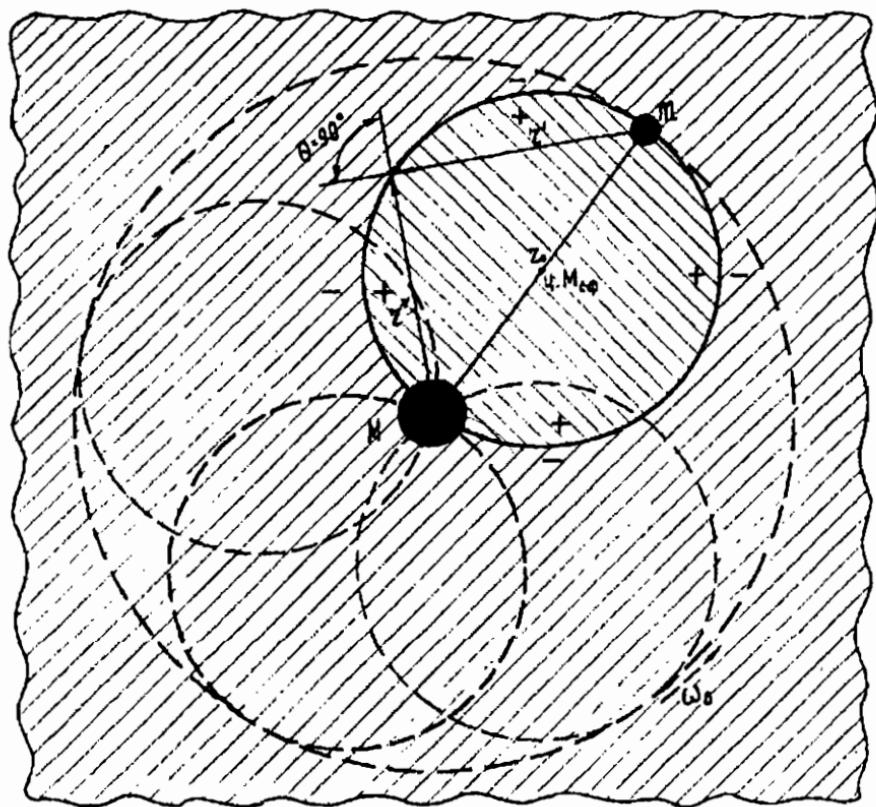


Рис. 12. Гравитационное поле взаимодействия абсолютно жестких гравитационных зарядов \sqrt{Gm} и \sqrt{GM}

модействия в том же пространстве при предельном переходе движения планеты от эллиптической орбиты к круговой ($e \rightarrow 0$). При этом в процессе движения планеты по эллиптической орбите коэффициент Пуассона изменяется в интервале не более $0,1 \leq |\bar{\mu}_g| \leq 0,5$. В процессе же движения планеты по круговой орбите коэффициент Пуассона имеет постоянное значение: $|\bar{\mu}_g| = \bar{\mu}_g = 0,5$.

Докажем, что формула (107) адекватно описывает фазовую скорость сферических волн в кеплеровской задаче движения абсолютно жестких тел.

Рассмотрим в трехмерном пространстве движение по круговой орбите абсолютно жесткого сферического гравитационного заряда

\sqrt{Gm} вокруг массивного абсолютно жесткого сферического гравитационного заряда \sqrt{GM} (рис. 12).

Применяя из тригонометрии теорему косинусов для треугольника, находим плотность энергии гравитационного поля каждого заряда и гравитационного поля их взаимодействия на расстоянии между зарядами значительно больше их размеров [9]:

$$u_g = \frac{|\vec{E}_g|^2}{8\pi} = \frac{1}{8\pi} \left[\frac{(\sqrt{GM})^2}{(r'')^4} + \frac{(\sqrt{Gm})^2}{(r')^4} + 2 \frac{GMm}{(r'')^2(r')^2} \cos \theta \right], \quad (108)$$

где θ — угол между векторами \vec{r}'' и \vec{r}' , а $|\vec{E}_g| = \frac{\sqrt{GM}}{(r'')^2} + \frac{\sqrt{Gm}}{(r')^2}$ — модуль результирующей напряженности поля гравитационных зарядов в любой точке пространства.

Плотность массы гравитационного поля каждого заряда и поля их взаимодействия

$$\rho_g = \frac{u_g}{c^2} = \frac{1}{8\pi c^2} \left[\frac{(\sqrt{GM})^2}{(r'')^4} + \frac{(\sqrt{Gm})^2}{(r')^4} + 2 \frac{GMm}{(r'')^2(r')^2} \cos \theta \right]. \quad (109)$$

Плотность энергии и плотность массы гравитационного поля взаимодействия в перекрестных членах (108) и (109) имеют разные знаки внутри сферы диаметром $d_{\text{сф}} = r_0 (\theta = 90^\circ)$ и вне сферы. Соответственно энергия

$$U_g = \left| + \frac{1}{2} \frac{GMm}{r_0} \right| + \left| - \frac{1}{2} \frac{GMm}{r_0} \right| = \left| \frac{GMm}{r_0} \right| = \frac{GMm}{r_0} \quad (110)$$

и масса

$$m_g = \left| + \frac{1}{2} \frac{GMm}{c^2 r_0} \right| + \left| - \frac{1}{2} \frac{GMm}{c^2 r_0} \right| = \left| \frac{GMm}{c^2 r_0} \right| = \frac{GMm}{c^2 r_0} \quad (111)$$

гравитационного поля взаимодействия, фактически распределенные во всем пространстве, имеют разные знаки в указанных областях пространства. Внутри сферы половина энергии $U'_g = + \frac{1}{2} \frac{GMm}{r_0}$ и масса $m'_g = + \frac{1}{2} \frac{GMm}{c^2 r_0}$ поля взаимодействия имеют знак «+», а вне сферы другая половина энергии $U''_g = - \frac{1}{2} \frac{GMm}{r_0}$

и масса $m_g'' = -\frac{1}{2} \frac{GMm}{c^2 r_0}$ поля взаимодействия имеют знак «-», уменьшаясь на бесконечности до нуля. На поверхности сферы энергия и масса поля взаимодействия отсутствуют.

Возьмем в качестве примера гравитационное взаимодействие Земли и Луны. Сфера их поля взаимодействия создается индукцией поля от части гравитационного заряда $\sqrt{Gm_\oplus}$: $\sqrt{Gm_\oplus} \cdot \frac{r'_0}{r_0} = \sqrt{Gm'_\oplus}$ с вектором напряженности поля, приложенным в центре массы Луны (рис. 10) и равным по модулю на расстоянии $0,5r_0$:

$$\begin{aligned}\Delta \left| \vec{g}_\oplus^\oplus \right| &= \frac{\sqrt{Gm'_\oplus}}{(0,5r_0)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,9742 \cdot 10^{27} \cdot 0,01230002}}{(0,5 \cdot 3,840473345 \cdot 10^{10})^2} = \\ &= 51,47603612 \sqrt{\frac{\Gamma \cdot \text{см}^3}{c^2}} / \text{см}^2,\end{aligned}\quad (112)$$

а также создается полем от всего гравитационного заряда $\sqrt{Gm_\oplus}$ с вектором напряженности поля, приложенным в центре массы Земли (рис. 9) и равным по модулю на расстоянии $0,5r_0$:

$$\begin{aligned}\left| \vec{g}_\oplus^\oplus \right| &= \frac{\sqrt{Gm_\oplus}}{(0,5r_0)^2} = \frac{\sqrt{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 7,348277948 \cdot 10^{25}}}{(0,5 \cdot 3,840473345 \cdot 10^{10})^2} = \\ &= 51,47603612 \sqrt{\frac{\Gamma \cdot \text{см}^3}{c^2}} / \text{см}^2.\end{aligned}\quad (113)$$

Данные напряженности полей на одинаковых расстояниях $0,5r_0$ равны и направлены навстречу друг другу. Следовательно, центр массы сферы поля взаимодействия Земли и Луны находится на середине расстояния r_0 .

Местоположение же центра инерции определяется полем от всего гравитационного заряда $\sqrt{Gm_\oplus}$ с вектором напряженности поля, приложенным в центре массы Луны (рис. 8) и равным по мо-

дулю на расстоянии $r_0'' = r_0 - r_0'$:

$$\left| \vec{g}_{\oplus}^{\oplus} \right| = \frac{\sqrt{Gm_{\oplus}}}{(r_0'')^2} = \frac{\sqrt{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 5,9742 \cdot 10^{27}}}{(3,793235446 \cdot 10^{10})^2} = \\ = 1,07247999 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{\text{г} \cdot \text{см}^3}{c^2}} / \text{см}^2 \quad (114)$$

а также определяется индукцией поля от части гравитационного заряда $\sqrt{Gm_D}$: $\sqrt{Gm_D} \cdot \frac{r_0'}{r_0} = \sqrt{G} \cdot m_D'$ с вектором напряженности поля, приложенным в центре массы Земли (рис. 8) и равным по модулю на расстоянии r_0' :

$$\Delta \left| \vec{g}_D^{\oplus} \right| = \frac{\sqrt{Gm_D'}}{(r_0')^2} = \\ = \frac{\sqrt{6,672031402 \cdot 10^{-8} \cdot 7,348277948 \cdot 10^{25} \cdot 0,01230002}}{(4,723789895 \cdot 10^8)^2} = \\ = 1,046259195 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{\text{г} \cdot \text{см}^3}{c^2}} / \text{см}^2 \quad (115)$$

Поскольку напряженности полей зарядов $\sqrt{Gm_{\oplus}}$ и $\sqrt{Gm_D'}$ в центре инерции практически равны $\vec{g}_{\oplus}^{\oplus} \cong \Delta \vec{g}_D^{\oplus}$ и направлены навстречу друг другу, а $r_0' \ll r_0''$, то центр инерции находится вблизи центра массы Земли. Очевидно, что у равных гравитационно взаимодействующих масс центр их инерции совпадает с центром массы сферы их поля взаимодействия.

Рассматривая далее силу притяжения между гравитационными зарядами $\sqrt{Gm_{\oplus}}$ и $\sqrt{Gm_D'}$ (или $\sqrt{Gm_D}$ и $\sqrt{Gm_{\oplus}'}$) на расстоянии r_0 между центрами масс Земли и Луны

$$\left| \vec{F}_{\Theta-\oplus} \right| = \frac{\sqrt{Gm_{\oplus}} \cdot \sqrt{Gm_D'}}{r_0^2} = \frac{Gm_{\oplus}m_D'}{r_0^2} \frac{r_0'}{r_0} = \frac{Gm_{\oplus}m_D}{r_0^2} \frac{m_D}{m_{\oplus}} = \frac{Gm_D^2}{r_0^2} = \\ = 0,02442641445 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2, \quad (116)$$

видим, что данная сила притяжения представляет собой рассмотренную ранее индуцируемую добавку к силе тяготения Ньютона, которая является силой притяжения гравитационных зарядов $\sqrt{Gm_{\oplus}}$ и $\sqrt{Gm_{\wp}}$:

$$|\tilde{\vec{F}}_{\oplus-\wp}| = \frac{\sqrt{Gm_{\oplus}} \cdot \sqrt{Gm_{\wp}}}{r_0^2} = \frac{Gm_{\oplus}m_{\wp}}{r_0^2} = 1,985884124 \cdot 10^{25} \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2.$$

При этом у равных масс индуцируемая добавка к силе тяготения равна по модулю самой силе тяготения. Поэтому сила тяготения в этом случае имеет удвоенную величину по сравнению с силой тяготения Ньютона.

Введем две системы отсчета (рис. 13, 14) с общим началом координат, помещенным в центр масс системы планеты — звезда, с небольшой погрешностью совпадающей с центром массы звезды. Одна из систем отсчета $X'Y'Z'$ — локальная, жестко связана с полем взаимодействия зарядов \sqrt{GM} и \sqrt{Gm} , а другая XYZ — глобальная, своими координатами направлена на неподвижные (без отклонения от луча зрения) звезды видимого горизонта расширяющейся Вселенной [10] — упрощенно однородного расширяющегося в физическом вакууме шара с радиусом

$$R_{\text{Bc}} = \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \rho_{\text{Bc}}}} = 1,346707614 \cdot 10^{28} \text{ см}$$

и со средней плотностью материи в настоящее время равной

$$\rho_{\text{Bc}} = \frac{3(Hc)^2}{8\pi G} = 8,861312969 \cdot 10^{30} \text{ г}/\text{см}^3.$$

Здесь:

$$c = 2,997924562 \cdot 10^{10} \text{ см}/\text{с}$$

— скорость света в вакууме;

$$H = \frac{1}{R_{\text{Bc}}} = 0,74236362 \cdot 10^{-28} \text{ 1}/\text{см}$$

— постоянная Хаббла

$$(Hc = 2,225550131 \cdot 10^{-18} \text{ 1}/\text{с} \times \frac{3,0857 \cdot 10^{19} \text{ км}}{3,0857 \cdot 10^{19} \text{ км}} = 68,6738004 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпс}})$$

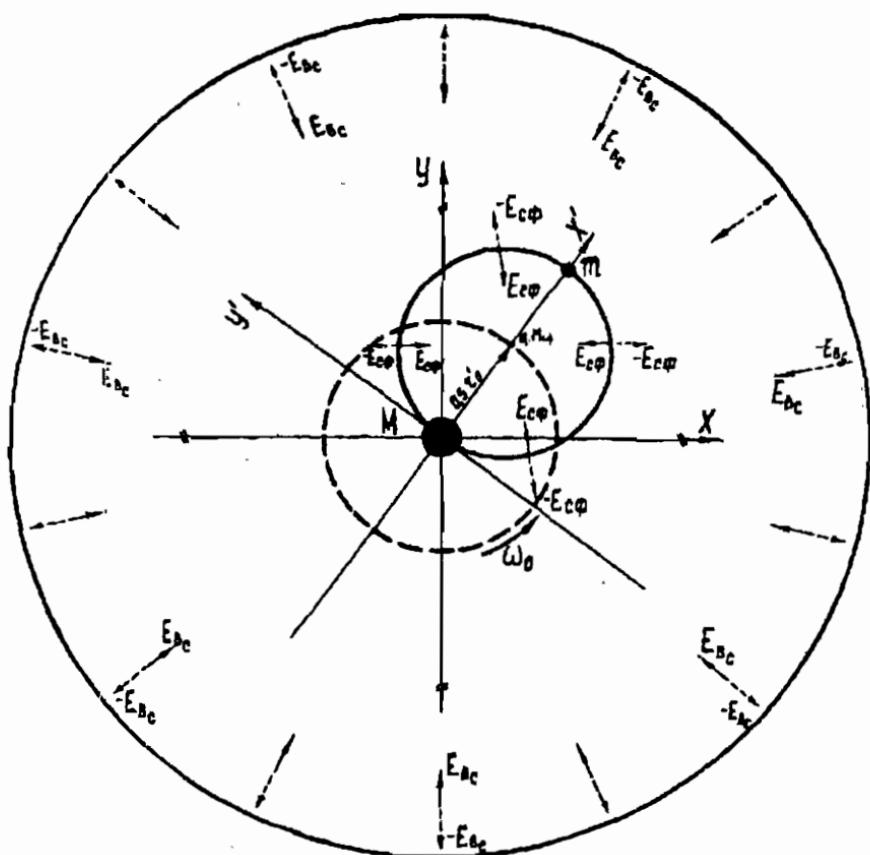


Рис. 13. Гравитационное поле взаимодействия абсолютно жестких зарядов \sqrt{Gm} и \sqrt{GM} в невращающейся системе отсчета XZY , с эксцентриситетом орбиты заряда \sqrt{Gm} , равным нулю. Наблюдатель в начале координат системы отсчета XZY : $l' = \pi r'_0 \sqrt{1 - \frac{(\omega_0 \cdot 0,5r'_0)^2}{c^2}}$ — длина окружности на плоскости $X'Y'$, где $0,5r'_0$ — радиус от центра инерции, совмещенного с центром массы заряда \sqrt{Gm} , до центра массы сферы (ц. $M_{\text{сф}}$) с половинами энергии и массы поля взаимодействия; $V'_{\text{пс. сф}} \approx \frac{\pi r'^3}{6} \left(1 - \frac{(\omega_0 \cdot 0,5r'_0)^2}{2c^2}\right)$ — объем псевдосферы во вращающейся системе отсчета $X'Y'Z'$. Так как $\omega_0 \cdot 0,5r'_0 \ll c$, то $l' \cong \pi r'_0$ и $V'_{\text{пс. сф}} \approx V_{\text{сф}} = \frac{\pi r'^3}{6}$, где $V_{\text{сф}}$ — объем сферы в невращающейся системе отсчета XZY

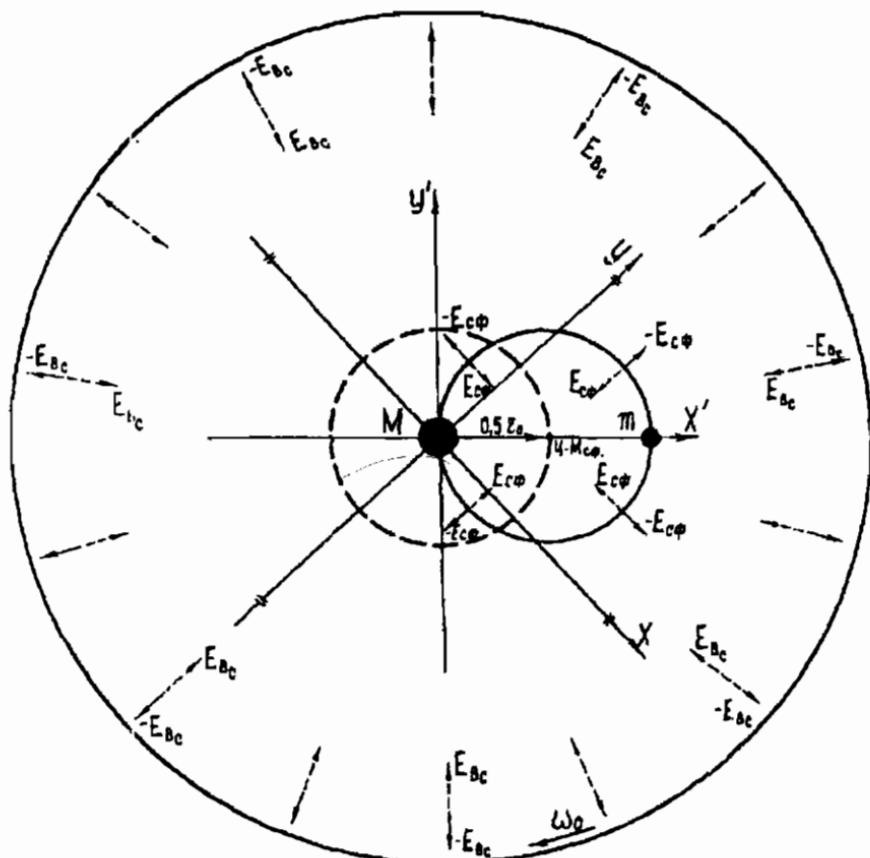


Рис. 14. Гравитационное поле взаимодействия абсолютно жестких зарядов \sqrt{Gm} и \sqrt{GM} в невращающейся системе отсчета $X'Y'Z'$, с эксцентрикитетом орбиты заряда \sqrt{Gm} , равным нулю. Наблюдатель в начале координат системы отсчета $X'Y'Z'$: $l = \pi r_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{(\omega_0 \cdot 0,5r_0)^2}{c^2}}$ — длина окружности на плоскости XY , где $0,5r_0$ — радиус от центра инерции, совмещенного с центром массы заряда $\sqrt{G.M}$, до центра массы сферы (ц. $M_{\text{сф}}$) с половинами энергии и массы поля взаимодействия; $V_{\text{пс. сф}} \approx \frac{\pi r_0^3}{6} \left(1 - \frac{(\omega_0 \cdot 0,5r_0)^2}{c^2} \right)$ — объем псевдосферы во вращающейся системе отсчета XYZ . Так как $\omega_0 \cdot 0,5r_0 \ll c$, то $l \cong \pi r_0$ и $V_{\text{пс. сф}} \approx V'_{\text{сф}} = \frac{\pi r_0'^3}{6}$, где $V'_{\text{сф}}$ — объем сферы в невращающейся системе отсчета $X'Y'Z'$

где $Mpc = 3,0857 \cdot 10^{19}$ км), определяемая из условия численного равенства напряженности гравитационного поля фронта Вселенной

$$|\vec{E}_{Bc,fp}| = c^2 H = 6,672031402 \cdot 10^{-8} \text{ см}/\text{с}^2$$

константе гравитации

$$G = 6,672031402 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2).$$

Время существования Вселенной от начала расширения

$$T_{Bc} = \frac{R_{Bc}}{c T_{\text{год}}} = \frac{1,346707614 \cdot 10^{28} \text{ см}}{2,997924562 \cdot 10^{10} \text{ см}/\text{с} \cdot 3,147198588 \cdot 10^7 \text{ с}} = \\ = 1,427341826 \cdot 10^{10} \text{ свет. лет} = 14,27341826 \text{ млрд свет. лет.}$$

Пробная масса на поверхности Вселенной имеет вдоль радиуса шара вторую космическую скорость, равную скорости света

$$\nu_{Bc,fp} = \sqrt{2E_{Bc,fp} \cdot R_{Bc}} = \sqrt{\frac{2G \frac{4}{3}\pi R_{Bc}^3 \rho_{Bc}}{R_{Bc}^2 \cdot R_{Bc}}} = \sqrt{2G \frac{3}{4}\pi \frac{3(Hc)}{8\pi G} \cdot \frac{1}{H^2}} = c$$

и, следовательно, может быть только массой движения, т. е. фронт Вселенной представляет собой невидимую электромагнитную оболочку.

Гравитационная энергия Вселенной — шара, вращающегося в трех пространственных измерениях четырехмерного пространства — времени, есть энергия поля взаимодействий всех гравитационных зарядов (масс), заполняющих шар:

$$U_{Bc} = \left| + \frac{3}{5} \frac{GM_{Bc}^2}{R_{Bc}} \right| + \left| - \frac{3}{5} \frac{GM_{Bc}^2}{R_{Bc}} \right| = \left| 1,2 \frac{M_{Bc}^2}{R_{Bc}} \right| = 1,2 \frac{GM_{Bc}^2}{R_{Bc}}.$$

Напряженность поля, определяемого через гравитационную энергию, из любой равноправной точки однородного шара возрастает вместе с силой инерции единичной усредненной массы (эквивалентность) линейно, по закону:

$$\vec{E}_{Bc} = \pm \text{grad } \varphi_{Bc} = \pm \text{grad } \frac{4}{3}\pi G \rho_{Bc} r_{Bc}^2 = \pm \frac{8}{3}\pi G \rho_{Bc} \vec{r}_{Bc},$$

где $|\vec{r}_{\text{Вс}}| < R_{\text{Вс}}$ и знак «+» соответствует напряженности гравитационной составляющей, а знак «-» инерциальной составляющей поля взаимодействия. В самой точке напряженность равна лишь напряженности близких масс, а не поля взаимодействия всех гравитационных зарядов (масс) Вселенной.

Отсюда следует, что для лучей света геометрия пространства Вселенной как целого представляет собой геометрию пространства Минковского — псевдоевклидово (плоское) пространство с отклонением от этой геометрии в областях, занимаемых гравитационными зарядами (массами).

Так как вектор напряженности поля взаимодействия зарядов \sqrt{GM} и \sqrt{Gm} вне их сферы взаимодействия на расстояниях, значительно больших радиуса сферы, имеет направление такое же, как и вектор силы инерции единичной усредненной массы Вселенной (рис. 13, 14), то эта часть поля взаимодействия зарядов \sqrt{GM} и \sqrt{Gm} есть поле инерции с отрицательным знаком массы и энергии.

Системы отсчета $X'Y'Z'$ и XYZ (рис. 13, 14) при $\omega_0 \cdot 0,5r_0 \ll c$ с высокой степенью точности инерциальны, в силу того что геометрия пространства при относительном вращении систем отсчета $X'Y'Z'$ и XYZ практически не отличается от евклидовой. Поэтому $\tau \cong t$.

В процессе движения заряда \sqrt{Gm} по эллиптической орбите объем сферы с половиной массы и энергии поля взаимодействия пульсирует из-за изменения диаметра сферы по закону

$$\tilde{\bar{d}}_{\text{сф}} = r_0 + r_1 = r_0 + r_{1\max} \cos \omega_0 t = r_0(1 + e \cos \omega_0 t).$$

В результате потенциальная энергия поля взаимодействия, входящая в полную энергию движения планеты (5):

$$\bar{U}_{g\text{ пот}} = \frac{GMm}{r_0 + r_1} \quad (117)$$

имеет осциллирующую составляющую \bar{U}_g , половина которой излучается в пространство: $\bar{U}_{g\text{ изл}} = 0,5\bar{U}_g$. Действительно, при раз-

ложении \bar{U}_g пот в ряд

$$\bar{U}_{g\text{ пот}} = \frac{GMm}{r_0} \left(1 - \frac{r_1}{r_0} + \frac{r_1^2}{r_0^2} - \dots \right) \quad (118)$$

второй член разложения — энергия переменной части «кулоновского» гравитационного поля взаимодействия

$$\bar{U}_{g^2} = -\frac{GMm \cdot r_1}{r_0^2} \quad (119)$$

при интегрировании за период обращения заряда \sqrt{Gm} вокруг заряда \sqrt{GM} дает нуль, и поэтому переменная часть «кулоновского» поля взаимодействия, не излучается в пространство. Третий же член разложения не дает нуля:

$$\begin{aligned} \bar{U}_{g^3} &= \bar{U}_g = \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} = \\ &= \left| \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \right| = \left| + \frac{1}{2} \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{2} \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \right|. \end{aligned} \quad (120)$$

Как видно из (120), эта часть энергии переменного поля взаимодействия состоит из двух половин энергии разных знаков и равна сумме модулей этих половин. Согласно же теореме о вириале, половина энергии должна излучаться в пространство, т. е.

$$\bar{U}_{g\text{ изл}} = 0,5\bar{U}_{g^3} = 0,5\bar{U}_g.$$

При этом поток энергии переносится в виде сферических гравитационно-инерциальных волн с разным знаком энергии перед и за фронтом волны. Поэтому вещества никак не реагирует на энергию, переносимую волной. Не взаимодействуют с данной волной и статические поля, порождаемые отдельными гравитационными зарядами (массами). Из этого следует, что все известные проекты по приему гравитационного излучения [11] не могут быть использованы для волн, порождаемых гравитационным взаимодействием масс и определяемых через взаимную потенциальную энергию.

Излучение волн происходит из-за переменного изменения постоянного объема $\bar{V}_{c\Phi} = \frac{\pi r_0^3}{6}$ сферы поля взаимодействия при

круговом движении (см. рис. 13, 14) под действием упругой переменной силы поля $\tilde{F}_g = -K_g r_1 = -K_g r_{1\max} \cos \omega_0 t$, которая создает переменный градиент давления на постоянной поверхности $\bar{S}_{\text{сф}} = \pi r_0^2$ сферы поля взаимодействия:

$$\tilde{P}_g = \frac{\tilde{F}_g}{\bar{S}_{\text{сф}}} = \frac{K_g r_1}{\pi r_0^2} = \frac{GMm}{r_0^3} \cdot \frac{r_1}{\pi r_0^2} = \frac{GMmr_1}{\pi r_0^5}. \quad (121)$$

В результате движение становится эллиптическим с пульсирующей сферой поля взаимодействия (на рис. 15, 16 показано усредненное движение центра массы (ц. $M_{\text{сф}}$) сферы поля взаимодействия), в которую входят половина переменной энергии

$$\bar{\bar{U}}_g = \left| + \frac{1}{4} \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{4} \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \right| = \left| \frac{1}{2} \frac{GMmr_1^2}{r_0^3} \right| = \frac{1}{2} \frac{GMmr_1^2}{r_0^3}$$

и масса

$$\bar{\bar{m}}_g = \left| + \frac{1}{4} \frac{GMmr_1^2}{c^2 r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{4} \frac{GMmr_1^2}{c^2 r_0^3} \right| = \left| \frac{1}{2} \frac{GMmr_1^2}{c^2 r_0^3} \right| = \frac{1}{2} \frac{GMmr_1^2}{c^2 r_0^3}$$

со средней составляющей гравитационного поля взаимодействия. Отсюда осциллирующая плотность массы в пульсирующем объеме:

$$\bar{\bar{\rho}}_g = \frac{\bar{\bar{m}}_g}{\bar{\bar{V}}_{\text{сф}}} = \frac{GMmr_1^2}{2r_0^3 c^2} \cdot \frac{6}{\pi(r_0 + r_1)^3} = \frac{GMmr_1^2 \cdot 3}{c^2 r_0^3 \pi (r_0 + r_1)^3}. \quad (122)$$

Пульсирующее изменение объема сферы поля взаимодействия при всестороннем переменном изменении давления \tilde{P}_g связано с осциллирующим модулем объемной упругости \bar{k}_g формулой

$$\bar{\bar{k}}_g = \frac{\bar{V}_{\text{сф}}}{\bar{\bar{V}}_{\text{сф}}} \tilde{P}_g = \frac{r_0^3}{(r_0 + r_1)^3} \cdot \frac{GMmr_1}{\pi r_0^5} = \frac{GMmr_1}{(r_0 + r_1)^3 \pi r_0^2}. \quad (123)$$

Осциллирующий же модуль объемной упругости $\bar{\bar{k}}_g$ связан с осциллирующим модулем Юнга $\bar{\bar{E}}_g$ формулой

$$\bar{\bar{E}}_g = 3(1 - 2\bar{\bar{\mu}}_g) \cdot \bar{\bar{k}}_g = 3(1 - 2\bar{\bar{\mu}}_g) \cdot \frac{GMmr_1}{(r_0 + r_1)^3 \pi r_0^2}. \quad (124)$$

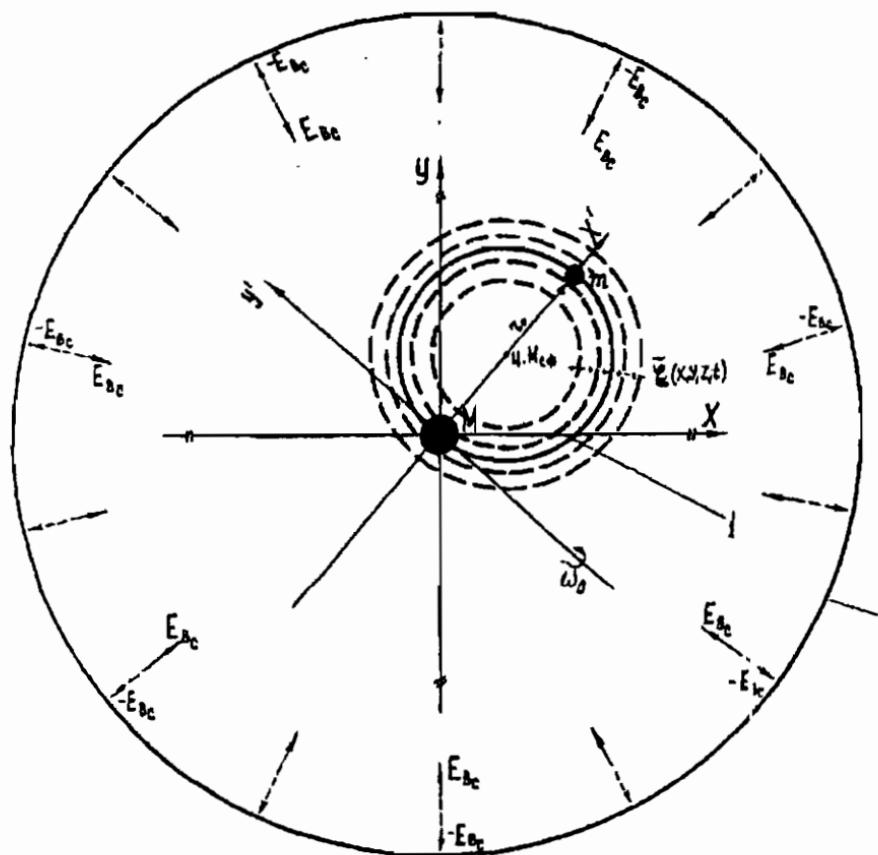


Рис. 15. Гравитационно-инерциальное излучение в неварщающейся системе отсчета XYZ при взаимодействии зарядов \sqrt{Gm} и \sqrt{GM} с эксцентриситетом орбиты заряда \sqrt{Gm} , не равным нулю: 1 — сфера поля взаимодействия с усредненными половинами переменных энергии и массы; ц. $M_{\text{сф}}$ — центр массы сферы; 2 — фронт Вселенной. Скорость расширения фронта Вселенной равна второй космической скорости для шара радиусом $R_{Bc} = \frac{1}{H} = 1,346707614 \cdot 10^{28}$ см:

$$V_{Bc, \phi} = \sqrt{\frac{8G\pi}{3}\rho_{Bc} \cdot R_{Bc}^2} = c = 2,997924562 \cdot 10^{10} \text{ см/с}, \text{ где } H = 0,74236362 \times 10^{-28} \text{ см} — \text{постоянная Хаббла } (Hc = 68,6738004 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпс}}); \rho_{Bc} := \frac{3(Hc)^2}{8\pi G} = 8,861312969 \cdot 10^{30} \text{ г/см}^3 — \text{средняя плотность материи Вселенной}$$

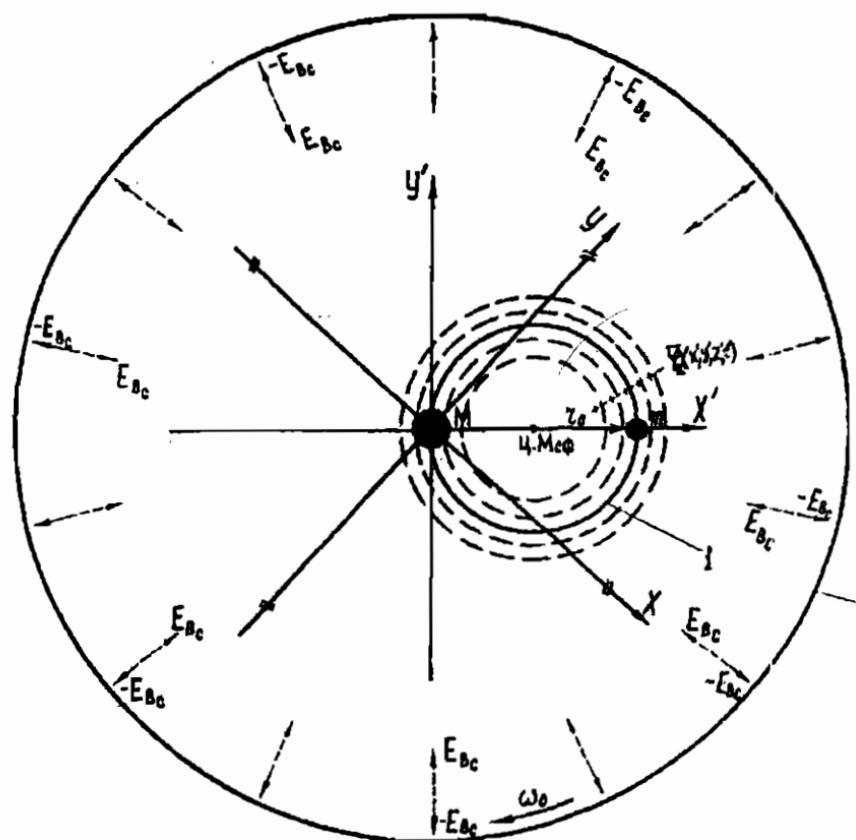


Рис. 16. Гравитационно-инерциальное излучение в невращающейся системе отсчета $X'Y'Z'$ при взаимодействии зарядов \sqrt{Gm} и \sqrt{GM} с эксцентриситетом орбиты заряда \sqrt{Gm} , не равным нулю: 1 — сфера поля взаимодействия с усредненными половинами переменных энергии и массы; 2 — фронт Вселенной

Используя формулы (124) и (122), находим общую формулу фазовой скорости гравитационной волны:

$$\nu_g = \sqrt{\frac{\tilde{E}_g}{\tilde{\rho}_g}} = \sqrt{3(1-2\bar{\mu}_g)} \frac{GMmr_1}{(r_0+r_1)^3 \pi r_0^3} \cdot \frac{c^2 \pi r_0^3 (r_0+r_1)^3}{GMmr_1^2 \cdot 3} = \\ = c \sqrt{(1-2\bar{\mu}_g) \frac{r_0}{r_1}} = c \sqrt{\frac{(1-2\bar{\mu}_g)}{e \cos \omega_0 t}} = c \sqrt{\frac{1-2 \cdot 0,5(1-e \cos \omega_0 t)}{e \cos \omega_0 t}} = c, \quad (125)$$

где амплитуда коэффициента Пуассона для идеально упругого гравитационного поля взаимодействия должна изменяться в пределах

$$0,1 \leq |\bar{\mu}_g| \leq 0,5.$$

Вычислим пределы изменения амплитуды коэффициента Пуассона на примере движения по эллипсу абсолютно жесткого Меркурия вокруг абсолютно жесткого Солнца. Так как эксцентриситет орбиты Меркурия равен $e_g = 0,2056$, то коэффициент Пуассона поля взаимодействия

$$\bar{\mu}_g = 0,5(1 - 0,2056 \cos \omega_0 t).$$

При углах $\omega_0 t = 0$ и $\omega_0 t = \frac{\pi}{2}$ его амплитуды соответственно равны

$$|\bar{\mu}_g| = 0,5(1 - 0,2056) = 0,3972 \quad \text{и} \quad |\bar{\mu}_g| = \bar{\mu}_g = 0,5.$$

Таким образом, при движении абсолютно жесткого Меркурия вокруг абсолютно жесткого Солнца коэффициент Пуассона поля взаимодействия изменяется в пределах

$$0,3972 \leq |\bar{\mu}_g| \leq 0,5$$

Реальные астрофизические тела, как было сказано, в первом приближении представляет собой однородные шары, заполненные упруговязким веществом. В этом случае переменное поле взаимодействия, локализуясь в основном на гравитационных зарядах \sqrt{GM} и \sqrt{Gm} , трансформируется через приливные трения вещества зарядов в их тепловое излучение. Например, в системе Солнце — Меркурий в основном через приливные трения вещества Солнца (заряда $\sqrt{GM_{\odot}}$).

1.5

ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

Изложенное выше дает однозначное представление о виде волнового гравитационно-инерциального процесса, который описывается неоднородным волновым уравнением, по форме похожим на уравнение д'Аламбера, с переменным источником — переменной плотностью массы сферы поля взаимодействия в правой части и вторыми частными производными половины приливного потенциала (по модулю) по координатам трехмерного пространства, а также времени, в левой части. Уравнение упрощается усреднением излучаемой половины приливного потенциала (по модулю),

$$\begin{aligned}\bar{\varphi}_{g \text{ пр. изл}} = \bar{\varphi}_g &= \left| + \frac{1}{8} \frac{GMr_{1 \max}^2}{r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{8} \frac{GMr_{1 \max}^2}{r_0^3} \right| = \\ &= \left| \frac{GM r_{1 \max}^2}{4r_0^3} \right| = \frac{GM r_{1 \max}^2}{4r_0^3}.\end{aligned}\quad (126)$$

и излучаемой половиной переменной плотности массы (по модулю) поля взаимодействия

$$\bar{\rho}_{g \text{ изл}} = \bar{\rho}_g = \left| + \frac{1}{8} \frac{GMmr_{1 \max}^2}{c^2 r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{8} \frac{GMmr_{1 \max}^2}{c^2 r_0^3} \right| \cdot \frac{6}{\pi r_0^3} =$$

$$= \left| \frac{GMmr_{1\max}^2}{4c^2r_0^3} \right| \cdot \frac{6}{\pi r_0^3} = \frac{3}{2} \frac{GMmr_{1\max}^2}{\pi c^2r_0^6}. \quad (127)$$

Перейдем к задаче двух тел с одинаковыми массами, равными массе звезды M . В этих условиях центр масс (барицентр) такой двойной звездной системы совпадает с центром массы сферы переменного поля взаимодействия звезд. Соответственно начало координат систем отсчета $X'Y'Z'$ и XZY совпадает с центром масс звезд и центром массы сферы (ц. $M_{\text{сф}}$) переменного поля их взаимодействия (рис. 17, 18).

Излучаемая усредненная половина приливного потенциала (по модулю) в этом случае равна

$$\begin{aligned} \overset{*}{\bar{\varphi}}_{g \text{ пр. изл}} &= \overset{*}{\bar{\varphi}}_g = \left| + \frac{1}{4} \frac{GMr_{1\max}^2}{r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{4} \frac{GMr_{1\max}^2}{r_0^3} \right| = \\ &= \left| \frac{GMr_{1\max}^2}{2r_0^3} \right| = \frac{GMr_{1\max}^2}{2r_0^3}, \end{aligned} \quad (128)$$

а излучаемая усредненная половина переменной плотности массы (по модулю) поля взаимодействия соответственно равна

$$\begin{aligned} \overset{*}{\bar{\rho}}_{g \text{ изл}} &= \overset{*}{\bar{\rho}}_g = \left| + \frac{1}{4} \frac{GM^2r_{1\max}^2}{c^2r_0^3} \right| + \left| - \frac{1}{4} \frac{GM^2r_{1\max}^2}{c^2r_0^3} \right| \cdot \frac{6}{\pi r_0^3} = \\ &= \left| \frac{GM^2r_{1\max}^2}{2c^2r_0^3} \right| \cdot \frac{6}{\pi r_0^3} = \frac{3GM^2r_{1\max}^2}{\pi c^2r_0^6}. \end{aligned} \quad (129)$$

Рассмотрим распространение гравитационно-инерциальной волны в инерциальной системе отсчета $X'Y'Z'$ (рис. 18).

Волновое уравнение гравитационной волны с источником излучения имеет вид

$$\frac{\partial^2 \overset{*}{\bar{\varphi}}_g}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \overset{*}{\bar{\varphi}}_g}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \overset{*}{\bar{\varphi}}_g}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overset{*}{\bar{\varphi}}_g}{\partial t'^2} = 4\pi G \overset{*}{\bar{\rho}}_g. \quad (130)$$

Решение уравнения (130), удовлетворяющее начальным условиям

$$\overset{*}{\bar{\varphi}}_g \Big|_{t'=0} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\overset{*}{\bar{\varphi}}_g}{\partial t'} \Big|_{t'=0} = 0,$$

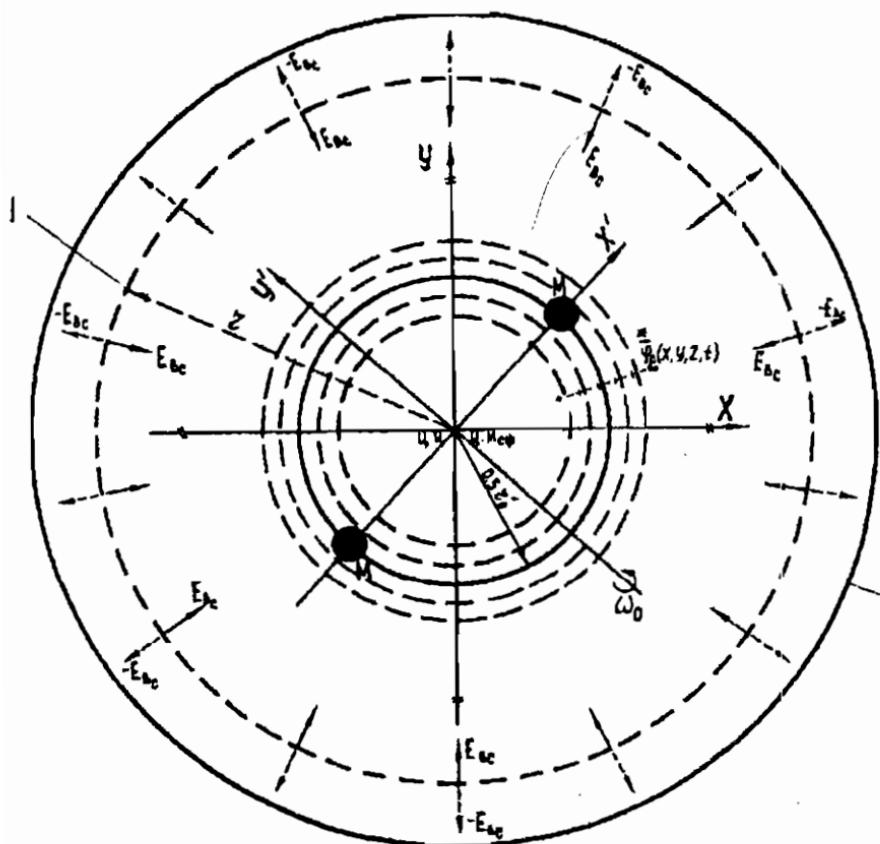


Рис. 17. Гравитационно-инерциальное излучение в невращающейся системе отсчета XYZ при взаимодействии зарядов \sqrt{GM} с эксцентриситетом орбиты заряда \sqrt{GM} , не равным нулю: 1 — скорость расширения единичной усредненной массы Вселенной от центра инерции (ц. и.) вращения переменной сферы поля взаимодействия равна второй космической скорости для шара с произвольным радиусом r : $v_{Bc} = \sqrt{\frac{8G\pi}{3}} \rho_{Bc} \cdot r^2 = r \cdot Hc$. При этом напряженность гравитационного поля $\dot{v}_{Bc} = E_{Bc} = \dot{r} \cdot Hc$; 2 — фронт Вселенной имеет напряженность гравитационного поля, по модулю равную $|\vec{E}_{Bc,fp}| = c \cdot Hc = 2,997924562 \cdot 10^{10} \text{ см}/\text{с} \times 2,225550131 \cdot 10^{-18} \text{ 1}/\text{с} = 6,672031402 \cdot 10^{-8} \text{ см}/\text{с}^2$,

так как $\dot{r}_{fp} = c$

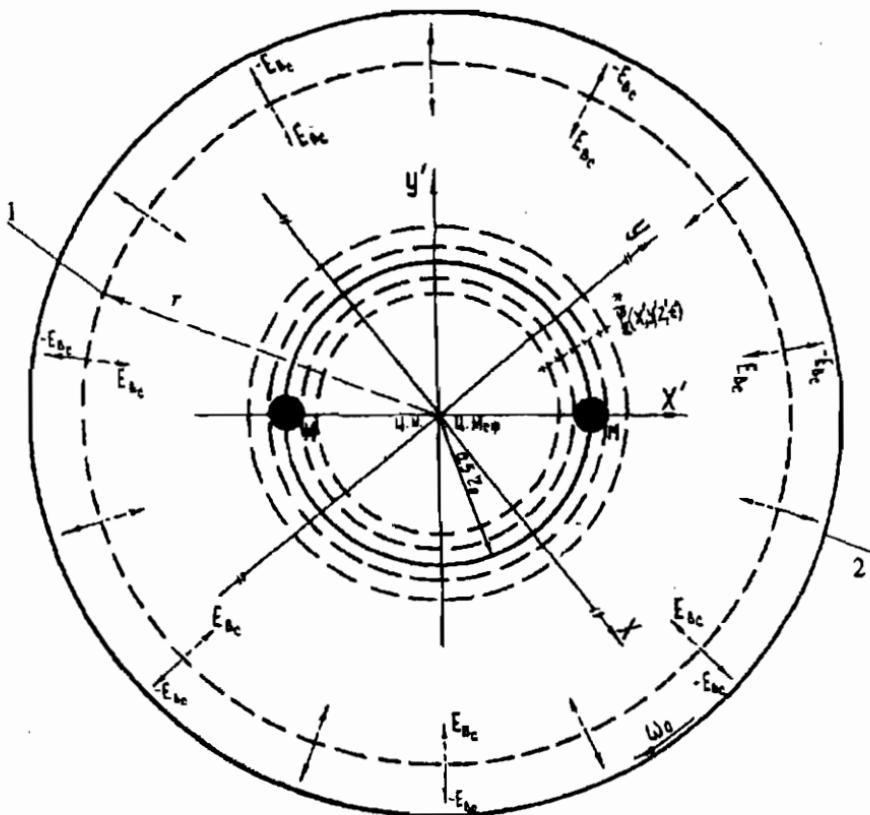


Рис. 18. Гравитационно-инерциальное излучение в невращающейся системе отсчета $X'Y'Z'$ при взаимодействии зарядов \sqrt{GM} с эксцентриситетом орбиты заряда \sqrt{GM} , не равным нулю: 1 — скорость расширения единичной усредненной массы Вселенной от центра инерции (ц. и.) вращения переменной сферы поля взаимодействия равна второй космической скорости для шара с произвольным радиусом \vec{r} : $v_{Bc} = \sqrt{\frac{8G\pi}{3}} \rho_{Bc} \cdot r^2 = \vec{r} \cdot \vec{H}c$. При этом напряженность гравитационного поля $\vec{v}_{Bc} = \vec{E}_{Bc} = \vec{r} \cdot \vec{H}c$; 2 — фронт Вселенной имеет напряженность гравитационного поля, по модулю равную $|\vec{E}_{Bc,fp}| = c \cdot Hc = 6,672031402 \cdot 10^{-8} \text{ см}/\text{с}^2$, так как $\vec{r}_{fp} = c$.

имеет вид запаздывающего излучаемого усредненного приливного потенциала (по модулю):

$$\begin{aligned}
 & \overset{*}{\varphi}_g(X', Y', Z', t') = \\
 & = - \left| + \frac{1}{8\pi} \iiint_{Dct'} \frac{4\pi G \overset{*}{\bar{\rho}}_g \left(\varepsilon', \eta', \xi', t' - \frac{r'}{c} \right)}{r'} d\varepsilon' d\eta' d\xi' \right| + \\
 & + \left| - \frac{1}{8\pi} \iiint_{Dct'} \frac{4\pi G \overset{*}{\bar{\rho}}_g \left(\varepsilon', \eta', \xi', t' - \frac{r'}{c} \right)}{r'} d\varepsilon' d\eta' d\xi' \right| = \\
 & = - \left| \frac{1}{4\pi} \iiint_{Dct'} \frac{4\pi G \overset{*}{\bar{\rho}}_g \left(\varepsilon', \eta', \xi', t' - \frac{r'}{c} \right)}{r'} d\varepsilon' d\eta' d\xi' \right| = \\
 & = - \iiint_{Dct'} \frac{G \overset{*}{\bar{\rho}}_g \left(\varepsilon', \eta', \xi', t' - \frac{r'}{c} \right)}{r'} d\varepsilon' d\eta' d\xi', \tag{131}
 \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon' = x'_0 + \alpha r', \quad \eta = y'_0 + \beta r', \quad \xi' = z'_0 + \theta r'$$

— прямоугольные координаты сферически-гармонически распространяющейся волны, α, β, θ — направляющие радиусы единичной сферы, Dct' — объем шара радиусом $r' = ct'$ с центром массы сферы поля взаимодействия (начало координат $X'Y'Z'$).

Системы отсчета $X'Y'Z'$ и XYZ с высокой степенью точности инерциальные (см. рис. 13-18), и поэтому уравнение (130) ковариантно уравнению

$$\frac{\partial^2 \overset{*}{\varphi}_g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overset{*}{\varphi}_g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overset{*}{\varphi}_g}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overset{*}{\varphi}_g}{\partial t^2} = 4\pi G \overset{*}{\bar{\rho}}_g. \tag{132}$$

в системе отсчета XYZ (см. рис. 17).

Решение уравнения (132), удовлетворяющее прежним начальным условиям, имеет вид

$$\overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) = - \operatorname{Re} \left[\left| \iint_{Dct} \frac{G \overset{*}{\bar{\rho}}_g \left(\varepsilon, \eta, \xi, t - \frac{r}{c} \right)}{R} d\varepsilon d\eta d\xi \right| e^{j2\omega_0 t} \right], \quad (133)$$

где

$$|\vec{r}| = |\vec{r}'|, \quad r = r' \cdot e^{j2\omega_0 t}, \quad t = t' \quad \text{и} \quad R = \text{const.}$$

Подставляя в решение (133) астрофизические величины, найдем излучаемый усредненный приливный потенциал (по модулю) на расстоянии, равном длине волны $R = \lambda = r = c \cdot 0,5 T_{\text{сил}}$:

$$\begin{aligned} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, 0,5T_{\text{сил}}) &= \\ &= - \left| \frac{3G^2 M^2 r_{1\max}^2}{\pi c^2 r_0^2} \cdot \frac{4\pi(c \cdot 0,5T_{\text{сил}})^3}{3} \cdot \frac{1}{c \cdot 0,5T_{\text{сил}}} \right| \cos 2\pi = \\ &= - \left| \frac{G^2 M^2 T_{\text{сил}}^2 r_{1\max}^2}{r_0^6} \right| = - \frac{G^2 M^2 T_{\text{сил}}^2 r_{1\max}^2}{r_0^6} \text{ см}^2/\text{с}^2 = \\ &= - \frac{GM^2 r_{1\max}^2}{r_0^3} \cdot \frac{GT_{\text{сил}}^2}{r_0^3} \text{ эрг/г.} \end{aligned} \quad (134)$$

Так как отношение длины волны $\lambda = c \cdot 0,5T_{\text{сил}}$ к среднему радиусу орбиты r_0 в реальных условиях на несколько порядков больше, то источник гравитационно-инерциальных волн можно считать точечным, а уравнения (130) и (132) — справедливыми для описания волнового процесса.

Рассматриваемая гравитационно-инерциальная волна, как уже указывалось, не взаимодействует с отдельными массами (зарядами), так как

$$\begin{aligned} \bar{U}_g &= \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot m = \\ &= \left\| + \frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \right\| + \left\| - \frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \right\| \cdot m = \end{aligned}$$

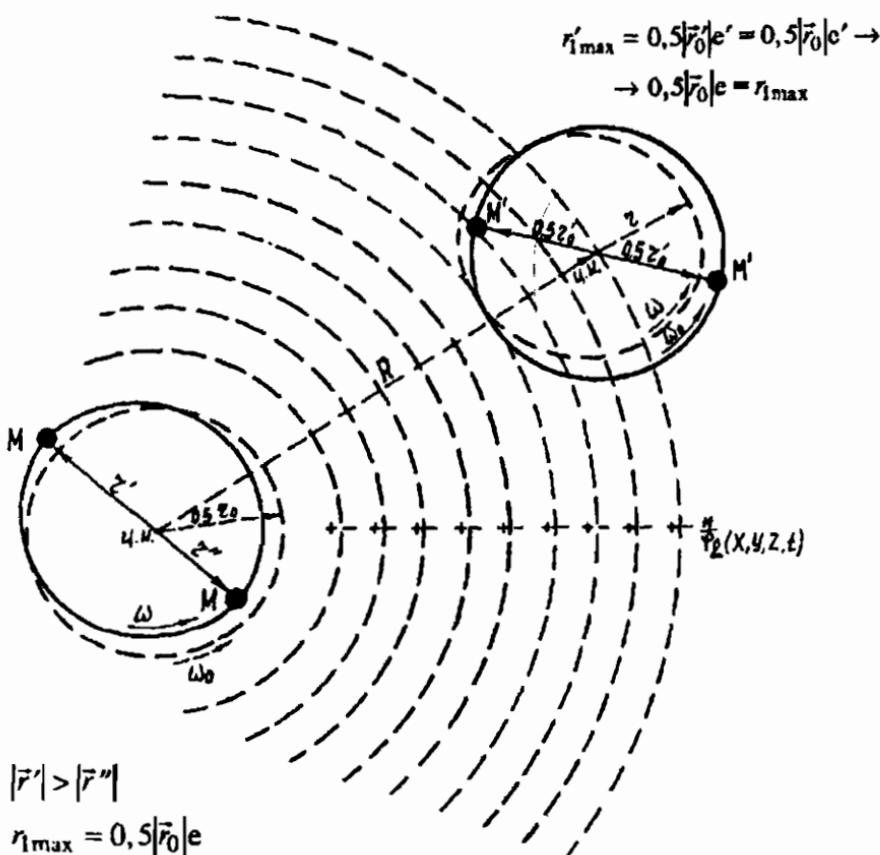


Рис. 19. Астропередатчик и астроприемник гравитационно-инерциальных волн

$$\begin{aligned}
 &= \left| +\frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g (X, Y, Z, t) \right| \cdot m + \left| -\frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g (X, Y, Z, t) \right| \cdot m = \\
 &= \frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g (X, Y, Z, t) \cdot m - \frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g (X, Y, Z, t) \cdot m = 0. \quad (135)
 \end{aligned}$$

Однако если рассматриваемая волна приходит в область взаимодействия системы гравитационных зарядов (масс), то данная система своим полем взаимодействия на волну реагирует. Рассмотрим следующий случай (рис. 19). Пусть волна от двойной звездной системы со средним расстоянием r_0 между центрами масс звезд, эксцентриситетом e и одинаковыми массами M приходит в об-

ласть, где находится такая же двойная звездная система с массами $M' = M$ и $r'_0 = r_0$, но с круговой орбитой. Тогда поле взаимодействия зарядов $\sqrt{GM'}$ за период $0,5T_{\text{сид}}$ получит дополнительную энергию

$$\begin{aligned}
 \Delta \bar{U}_g &= \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot m'_g = \\
 &= \left| -\frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \right| + \left| +\frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \right| \times \\
 &\times \left| -\frac{1}{2} \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| + \left| +\frac{1}{2} \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| = \\
 &= \left| +\frac{1}{4} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| + \left| -\frac{1}{4} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| + \\
 &+ \left| -\frac{1}{4} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| + \left| +\frac{1}{4} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| = \\
 &= \left| +\frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| + \left| -\frac{1}{2} \overset{*}{\bar{\varphi}}_g(X, Y, Z, t) \cdot \frac{GM'^2}{c^2 r'_0} \right| = \\
 &= \left| +\frac{1}{2} \frac{GM'^2 r'^2_{1\max}}{r'^3_0} \right| + \left| -\frac{1}{2} \frac{GM'^2 r'^2_{1\max}}{r'^3_0} \right| = \\
 &= \left| \frac{GM'^2 r'^2_{1\max}}{r'^3_0} \right| = \frac{GM'^2 r'^2_{1\max}}{r'^3_0}, \tag{136}
 \end{aligned}$$

которая при дальнейшей резонансной раскачке (при $t \rightarrow \infty$) возрастает до значения

$$\Delta \bar{U}_g \rightarrow \bar{U}_g = \frac{GM'^2 r'^2_{1\max}}{r'^3_0} \equiv \frac{GM'^2 r'^2_{1\max}}{r'^3_0}, \tag{137}$$

при этом

$$r'^2_{1\max} \rightarrow r^2_{1\max}, \quad e' \rightarrow e,$$

и круговое движение зарядов $\sqrt{GM'}$ во второй звездной системе станет эллиптическим с эксцентриситетом, равным эксцентриситету орбитального движения зарядов \sqrt{GM} в источнике излучения гравитационных волн, т. е. в первой звездной системе.

ВЫВОДЫ

Рассмотренное свойство проявления упругости поля взаимодействия гравитирующих масс в кеплеровской задаче движения двух тел имеет объективное содержание, так как подтверждается физически интерпретируемыми достаточно точными численными расчетами гравитационных эффектов для трех наиболее сильных из известных в настоящее время астрономических тестов как в пределах Солнечной системы, так и вне ее. Рассмотренное свойство упругости гравитационного поля взаимодействия приводит к новому (уточненному) закону всемирного тяготения, позволяет описать процесс излучения гравитационно-инерциальных волн, а также воздействие этих волн на эксцентриситет орбит гравитирующих тел через их гравитационное поле взаимодействия.

ЧАСТЬ 2

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ
ПОДТВЕРЖДЕНИЕ НОВОГО
(ОБОБЩЕННОГО) ЗАКОНА
ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ**

ВВЕДЕНИЕ

Прямое подтверждение нового закона тяготения показал эксперимент по методу Ф. Райха с применением крутильного маятника (крутильных весов), который находился в вакуумной камере [15, с. 4]. Эксперимент был проведен во ВНИИ Авиационной технологии 08.12.97 г.

В данном эксперименте рассматриваются колебательные процессы крутильного маятника (крутильных весов), находящегося в вакуумной камере, который гравитационно взаимодействует на различных расстояниях с двумя внешними шаровыми массами с соизмеримыми по массе двумя половинам рабочего тела маятника. Колебания маятника описываются классическими дифференциальными уравнениями для колебательных систем с учетом нового (обобщенного) закона всемирного тяготения. Это позволяет более точно определить гравитационную постоянную. Для рассматриваемой колебательной системы с учетом погрешности измерений параметров гравитационная постоянная находится в пределах

$$G = (6,67259 - 0,00085) \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2),$$

что соответствует нижнему интервалу от принятого диапазона значений

$$G = (6,67259 \pm 0,00085) \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2) [16].$$

Попутно раскрывается физическая сущность так называемой гравитационной жесткости в формуле баланса энергий по Ф. Райху, которая используется для вычисления гравитационной постоянной.

Введение

Доказывается, что установки с крутильными маятниками (или тильными весами), гравитационно взаимодействующими массами, порождают переменные гравитационно-инерционные поля, которые частично излучаются в виде гравитационных волн в пространство. При этом из-за разных знаков перед фронтом и за фронтом излучаемой волны она действует с веществом, поскольку не изменяет метрику пространства.

2.1

ПАРАМЕТРЫ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Две одинаковые шаровые массы маятника, закрепленные на концах коромысла, которое подвешено на упругой (при кручении) вольфрамовой нити, гравитационно взаимодействуют вместе с коромыслом без остановки колебания маятника на трех расстояниях с двумя внешними одинаковыми шаровыми массами (рис.1). Гравитационное взаимодействие указанных масс приводит к увеличению частоты колебания (уменьшению периода) и, соответственно, увеличению кинетической энергии маятника по сравнению с колебаниями маятника без внешних шаровых масс. Дистанционное одновременное удаление внешних шаровых масс уменьшает гравитационное взаимодействие. Это приводит к уменьшению, по сравнению с предыдущим положением внешних шаровых масс, частоты колебания (увеличению периода) колебания маятника. Частота колебаний и, следовательно, период колебаний маятника фиксировались оптоэлектронной схемой индикации (рис. 2).

Крутильный маятник и притягивающие внешние шаровые массы имели следующие статистически измеренные параметры:

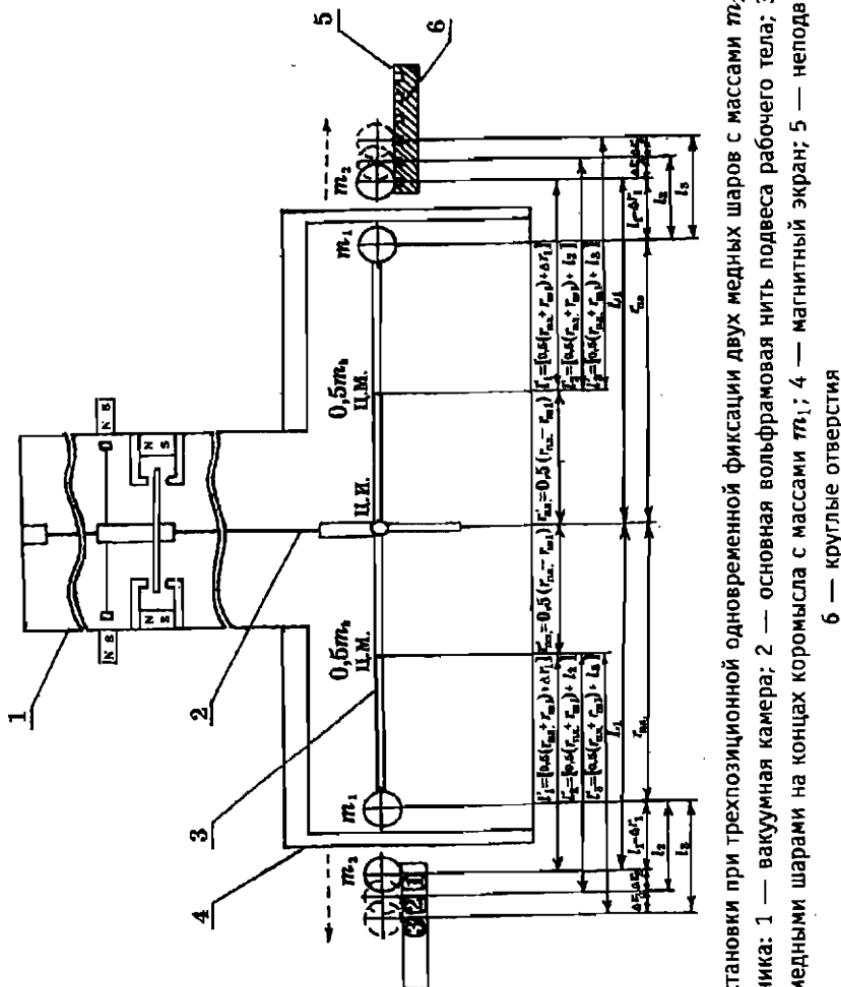


Рис. 1. Схема установки при трехпозиционной одновременной фиксации двух медных шаров с массами m_2 без остановки колебаний магнита: 1 — вакуумная камера; 2 — основная магнитная система; 3 — коромысла с массами m_1 и m_2 ; 4 — магнитный экран; 5 — магнитный экран; 6 — круглые отверстия

$m_1 = 9,7192$ г — массы медных шаров, находящиеся в вакууме на концах коромысла с радиусом, равным

$$r_{ш1} = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3m_1}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 9,7192}{4 \cdot 3,141592654 \cdot 8,93}} = 0,63811186 \text{ см},$$

где: V — объем шара;

$\rho = 8,93 \text{ г/см}^3$ — плотность материала шара (катодная медь);

$m_2 = 9,7235$ г — массы внешних медных притягивающих шаров с учетом замещения этими шарами воздуха;

$m_k = 2,9673$ г — масса коромысла, где $0,5m_k = 1,48365$ г — центр массы половины коромысла, который расположен с небольшой погрешностью на середине длины плеча коромысла, так как масса стержня, укрепленного в середине коромысла (рис. 1):

$$m_{стерж} = 0,171 \text{ г} \ll m_k;$$

$r_{пл} = 11,8016$ см — длина плеча маятника: расстояние от центра инерции маятника (ц. и.) до центра массы груза коромысла;

$r'_{пл} = 0,5(r_{пл} - r_{ш1}) = 0,5(11,8016 - 0,66381186) = 5,58174407$ см — длина половины плеча коромысла: расстояние от центра инерции (ц. и.) маятника до центра массы плеча коромысла;

$L_1 = 13,6344$ см — расстояние от центра инерции (ц. и.) маятника до центра массы внешнего шара с массой m_2 при первой позиции этого шара;

$l_1 = \Delta r_1 = L_1 - r_{пл} = 1,8328$ см — расстояние между центрами масс внешнего шара с массой m_2 и шара с массой m_1 на конце коромысла при первой позиции внешнего шара с погрешностью измерений между шарами (из-за неточности установки шара с массой m_2 по вертикали и в плоскости колебаний рабочего тела маятника) не более $\delta|\Delta r_1| < 0,0021$ см = 21 мкм;

$l_2 = l_1 + \Delta r_2 = \Delta r_1 + \Delta r_2 = 1,8328 + 0,2 = 2,0328$ см — расстояние между центрами масс внешнего шара с массой m_2 и шара с массой m_1 на конце коромысла при второй позиции внешнего шара;

$l_3 = l_2 + \Delta r_3 = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3 = 2,0328 + 0,2 = 2,2328$ см — расстояние между центрами масс внешнего шара с массой m_2 и шара с массой m_1 на конце коромысла при третьей позиции внешнего шара.

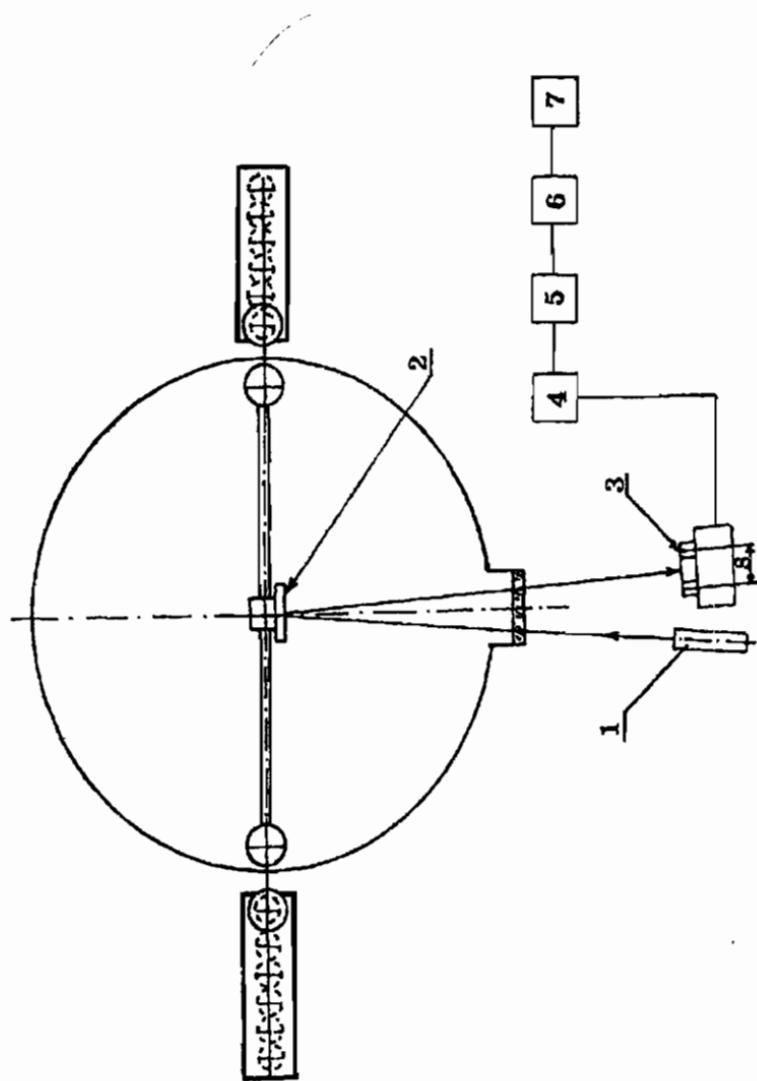


Рис. 2. Схема оптоэлектронной системы индикации: 1 — источник светового излучения; 2 — отражающее зеркало; 3 — фотодиоды; 4 — прототипное устройство; 5 — частотомер; 6 — счетомер; 7 — цифропечатающее устройство

Средняя погрешность измеренных расстояний между шарами при второй и третьей позициях внешних шаров не более

$$\delta|\Delta r_{2,3}| = \frac{\delta|\Delta r_2| + \delta|\Delta r_3|}{2} < 0,0009 = 9 \text{ мкм};$$

$l'_1 = [0,5(r_{\text{пл}} + r_{\text{ш1}}) + l_1] = 6,21985593 + 1,8328 = 8,05265593 \text{ см}$ — расстояние между центрами масс внешнего шара с массой m_2 и плеча коромысла с массой $0,5m_k$ при первой позиции внешнего шара;

$l'_2 = [0,5(r_{\text{пл}} + r_{\text{ш1}}) + l_2] = 6,21985593 + 2,0328 = 8,25265593 \text{ см}$ — расстояние между центрами масс внешнего шара с массой m_2 и плеча коромысла с массой $0,5m_k$ при второй позиции внешнего шара;

$l'_3 = [0,5(r_{\text{пл}} + r_{\text{ш1}}) + l_3] = 6,21985593 + 2,2328 = 8,45265593 \text{ см}$ — расстояние между центрами масс внешнего шара с массой m_2 и плеча коромысла с массой $0,5m_k$ при третьей позиции внешнего шара;

$\varphi_{\max} = 5,51 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 3,156997451^\circ = 3^\circ 09' 25,19''$ — максимальное отклонение рабочего тела маятника от положения равновесия;

$$T = 1722,766 \text{ с}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,283185307}{1,722766 \cdot 10^3} = 3,647149588 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$$

— наблюдаемый период и наблюдаемая частота колебаний маятника без внешних масс;

$$T_1 = 1716,335 \text{ с}, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{6,283185307}{1,716335 \cdot 10^3} = 3,66081523 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$$

— наблюдаемый период и наблюдаемая частота колебаний маятника при первой позиции внешних шаров;

$$T_2 = 1717,828 \text{ с}, \quad \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{6,283185307}{1,717828 \cdot 10^3} = 3,657633539 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$$

— наблюдаемый период и наблюдаемая частота колебаний маятника при второй позиции внешних шаров;

$$T_3 = 1718,871 \text{ с}, \quad \omega_3 = \frac{2\pi}{T_3} = \frac{6,283185307}{1,718871 \cdot 10^3} = 3,65541411 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$$

— наблюдаемый период и наблюдаемая частота колебаний маятника при третьей позиции внешних шаров.

Рассмотрим механические свойства крутильного маятника при отсутствии притягивающих масс m_2 , т. е. свободные колебания маятника.

Добротность маятника

$$Q = \frac{2\pi}{(1 - e^{2\xi})} = 15000, \quad (1)$$

отсюда логарифмический декремент затуханий колебаний маятника, т. е. отношение амплитуд колебаний в начале и в конце периода

$$\xi = 0,5 \cdot \ln \left(1 + \frac{2\pi}{Q} \right) = 0,5 \ln \left(1 + \frac{6,283185307}{15000} \right) = 2,09396573 \cdot 10^{-4}. \quad (2)$$

Коэффициент сопротивления свободным колебаниям маятника (коэффициент затухания маятника):

$$\beta \cong \frac{\xi}{T} = \frac{2,09396573 \cdot 10^{-4}}{1,722766 \cdot 10^3} = 1,21546198 \cdot 10^{-7}. \quad (3)$$

Период свободных колебаний при отсутствии трения

$$T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = \frac{6,283185307}{\sqrt{(3,647149588 \cdot 10^{-3})^2 + (1,21546198 \cdot 10^{-7})^2}} = \\ = 1722,765999 \text{ с.} \quad (4)$$

немного меньше периода наблюдаемых колебаний с трением: $T_0 \leq T$, а частота колебаний при отсутствии трения

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{6,283185307}{1,722765999} = 3,64714959 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с} \quad (5)$$

немного больше наблюдаемой частоты колебаний с трением: $\omega_0 \geq \omega$. Поскольку $\xi \ll 1$, то время, за которое практически полностью затухают свободные колебания маятника

$$\tau \cong \frac{3\pi Q}{\omega_0} = \frac{3 \cdot 3,141592654 \cdot 15000}{3,64714959 \cdot 10^{-3}} = 3,876223498 \cdot 10^7 \text{ с} = \\ = 448,636979 \text{ сут} = 1,229142408 \text{ год.} \quad (6)$$

Время, в течение которого амплитуда колебаний маятника уменьшается в $e = 2,718282$ раз (время релаксации):

$$\tau_{\text{релакс}} \cong \frac{1}{\beta} = \frac{1}{1,21546198 \cdot 10^{-7}} = 8,227324396 \cdot 10^6 \text{ с} = \\ = 95,22366199 \text{ сут.} \quad (7)$$

Дифференциальное уравнение колебаний кривошарнирного маятника при отсутствии притягивающих масс m_2 , трении и $\varphi \ll 1$:

$$\ddot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = 0, \quad (8)$$

общее решение которого

$$X(t) = X_{\max} \cdot \sin \omega_0 t, \quad (9)$$

где $X_{\max} = r_{\text{пл}} \varphi_{\max}$.

Подстановкой численных значений

$$X_{\max} = r_{\text{пл}} \varphi_{\max} = 65,026816 \cdot 10^{-2} \text{ см}$$

и частоты колебаний $\omega_0 = 3,64714959 \cdot 10^{-3}$ рад/с имеем гармоническое колебание с периодом $T_0 = 1722,765999$ с:

$$X(t) = 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos (3,64714959 \cdot 10^{-3} t). \quad (10)$$

2.2

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ ГРАВИТАЦИОННО ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ МАСС ДЛЯ ТРЕХ ПОЗИЦИЙ ВНЕШНИХ ШАРОВ

Внесение шаровых внешних масс в область гравитационного взаимодействия с рабочим телом кривошипного маятника увеличивает кинетическую энергию колебаний. Это происходит потому, что появляются переменные гравитационные поля, порождающие переменные тангенциальные силы тяготения, которые прикладываются к центрам масс шаров с массами m_1 и центрам масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$. Поэтому дифференциальное уравнение вынужденного колебания кривошипного маятника без трения при первой позиции внешних шаров с массами m_2 имеет вид:

$$\ddot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) \cong a_{r \max_1} \cdot \cos \omega_{g_1} t + a'_{r \ max_1} \cdot \cos \omega'_{g_1} t. \quad (11a)$$

Здесь:

$$a_{\tau \max_1} = -\frac{2F_{\tau \max_1}}{m_1 + 0,5m_k}$$

— удвоенные максимальные тангенциальные силы инерции, приложенные к центрам масс шаров с массами m_1 и к центрам масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$, где

$$F_{\tau \max_1} = \frac{Gm_2m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}{l_1^2} \cdot \frac{r_{\text{пл}}\varphi_{\max}}{l_1}$$

— максимальная тангенциальная сила тяготения, приложенная к центру масс каждого из шаров с массами m_1 ;

$$\omega_{g_1} = \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}}$$

— частота вынуждающих переменных гравитационных сил при взаимодействии шаров с массами m_1 и m_2 ;

$$a'_{\tau \max_1} = -\frac{2F'_{\tau \max_1}}{m_1 + 0,5m_k}$$

— удвоенные максимальные тангенциальные силы инерции, приложенные к центрам масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$ и к центрам масс шаров с массами m_1 , где

$$F'_{\tau \max_1} = \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right)}{l_1^2} \cdot \frac{r'_{\text{пл}}\varphi_{\max}}{l_1'}$$

— максимальная тангенциальная сила тяготения, приложенная к центру масс каждого из плеч коромысла;

$$\omega'_{g_1} = \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'^2_{\text{пл}}}{l_1'^5}}$$

— частота вынуждающих переменных гравитационных сил при взаимодействии центров масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$ и внешних шаров с массами m_2 .

Таким образом, уравнение (11а) отражает суперпозицию (суммарное наложение) переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) взаимодействующих гравитационно масс и в раскрытом виде представляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{X}}(t) + \omega_0^2 X(t) &\cong -2 \frac{Gm_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1^3} \times \\ &\quad \times \cos \left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}} \right\} t - \\ &- 2 \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1^3} \times \\ &\quad \times \cos \left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}} \right\} t. \end{aligned} \quad (116)$$

Покажем, почему в правую часть дифференциального уравнения (11а) входят частоты переменных гравитационно-инерциальных сил (полей). Для этого рассмотрим, во-первых, в плоскости XY движения рабочего тела маятника гравитационное взаимодействие шаров с массами m_1 , жестко связанные безмассовыми линиями с центром инерции (ц. и.) маятника, и внешних шаров с массами m_2 , не рассматривая при этом гравитационное взаимодействие центров масс (п. м.) плеч коромысла с внешними шарами (рис. 3, где углы $d\varphi$, $d\alpha$ в увеличенном масштабе).

В положении равновесия рабочего тела маятника сила тяготения по новому закону между центрами шаров с массами m_1 и m_2 выражается формулой:

$$\dot{F}_{g1} = \frac{Gm_2 m_1}{l_1^2} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right). \quad (12)$$

При отклонении от равновесия рабочего тела маятника дифференциал смещения шаровой массы m_1 :

$$dS = r_{\text{пл}} d\varphi \cong r_{\text{пл}} \varphi, \quad (13)$$

а тангенс дифференциала угла $d\alpha$:

$$\operatorname{tg} d\alpha = \frac{dS}{l_1} = \frac{dS}{\Delta r_1} \cong \frac{r_{\text{пл}} \varphi}{l_1}. \quad (14)$$

Элементарная работа двух шаров с массами m_1 под действием элементарных тангенциальных сил тяготения

$$dF_{g_1 T} = \frac{Gm_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}{l_1^2} \cdot \frac{dS}{l_1} \cong \frac{Gm_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}{l_1^2} \cdot \frac{r_{\text{пл}} \varphi}{l_1} \quad (15)$$

двух внешних шаров с массами m_2 :

$$dA = 2m_1 g_1 \operatorname{tg} d\alpha dS, \quad (16)$$

где $g_1 = \frac{Gm_2}{l_1^2} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)$ — напряженность гравитационного поля внешнего шара с массой m_2 по новому закону тяготения на наименьшем расстоянии $l_1 = \Delta r_1$ между центрами шаров.

Элементарная кинетическая энергия вращения двух шаров маятника с массой m_1 без трения и силы упругости нити подвеса маятника

$$dE_k = 2m_1 l_1^2 \ddot{\varphi} d\varphi = 2I_{g_1} \ddot{\varphi} d\varphi. \quad (17)$$

Приравниваем элементарную работу (16) шаров с массами m_1 под действием элементарных тангенциальных сил тяготения (15) к приросту элементарной кинетической энергии (17) вращения этих шаров:

$$-dA = dE_k; \quad (18)$$

- a) $-2m_1 g_1 \operatorname{tg} d\alpha dS = 2I_{g_1} \ddot{\varphi} d\varphi;$
- б) $-m_1 g_1 \operatorname{tg} d\alpha \cdot r_{\text{пл}} d\varphi = I_{g_1} \ddot{\varphi} d\varphi;$
- в) $-m_1 g_1 \frac{r_{\text{пл}} \varphi}{l_1} r_{\text{пл}} \cong I_{g_1} \ddot{\varphi};$

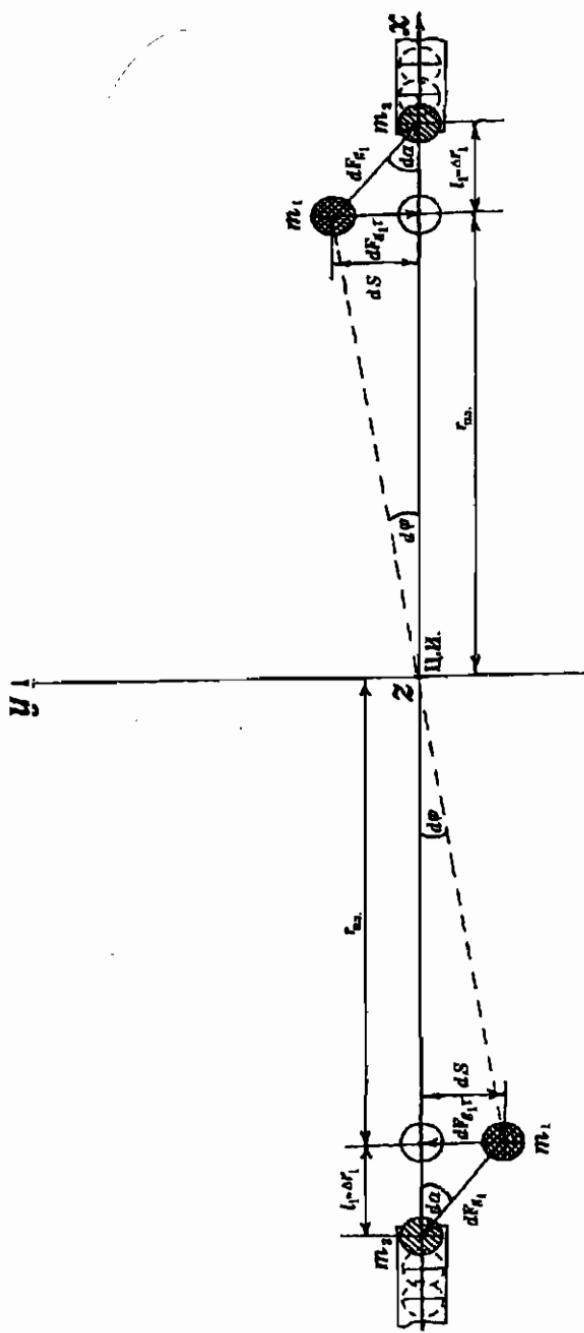


Рис. 3. Гравитационное взаимодействие шаров с массами $m_1 = 9,7192$ г и $m_2 = 9,7235$ г без учета гравитационного взаимодействия шаров с массами m_2 и плеч коромысла с массами $0,5m_k$

$$\text{г) } -m_1 \cdot \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}{l_1^2} \cdot \frac{r_{\text{пл}}^2}{l_1} \cdot \varphi \cong m_1 l_1^2 \ddot{\varphi}.$$

Отсюда получаем линейное дифференциальное уравнение осцилляции шаров с массами m_1 в полях тяготения внешних шаров с массами m_2 :

$$\ddot{\varphi} + \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5} \cong 0 \quad (19)$$

или

$$\ddot{\varphi} + \omega_{g_1}^2 \varphi \cong 0,$$

где

$$\omega_{g_1}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}$$

— квадрат частоты вынуждающей осцилляции шаров с массами m_1 , т. е. квадрат частоты переменного гравитационного поля взаимодействия между массами m_1 и m_2 .

Тот же результат получается, если использовать для данной осциллирующей системы функцию Лагранжа

$$L = \frac{I_{g_1} \dot{\varphi}^2}{2} - \frac{m_1 g_1 \operatorname{tg} d\alpha dS}{2} \quad (20)$$

или

$$L \cong \frac{I_{g_1} \dot{\varphi}^2}{2} - \frac{m_1 g_1 r_{\text{пл}}^2 \varphi^2}{2l_1}.$$

Из функции Лагранжа системы, применяя уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} \cong 0, \quad (21)$$

или

$$I_{g_1} \ddot{\varphi} + \frac{m_1 g_1 r_{\text{пл}}^2 \varphi}{l_1} \cong 0,$$

или .

$$m_1 l_1^2 \ddot{\varphi} + m_1 \cdot \frac{G m_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}{l_1^2} \cdot \frac{r_{\text{пл}}^2}{l_1} \cdot \varphi \cong 0,$$

приходим к полученному выше линейному дифференциальному уравнению осцилляции шаров с массами m_1 в полях тяготения внешних шаров с массами m_2 :

$$\ddot{\varphi} + \frac{G m_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5} \cdot \varphi \cong 0 \quad (19)$$

или

$$\ddot{\varphi} + \omega_g^2 \varphi \cong 0.$$

Во-вторых, рассмотрим также в плоскости XY движения рабочего тела маятника гравитационное взаимодействие центров масс (ц. м.) плеч коромысла с массами $0,5m_k$, жестко связанными безмассовыми линиями с центром инерции (ц. и.) маятника, и внешних шаров с массами m_2 , не рассматривая при этом гравитационное взаимодействие шаров с массами m_1 и m_2 (рис. 4, где углы $d\varphi$, $d\alpha'$ в увеличенном масштабе).

В положении равновесия рабочего тела маятника сила тяготения по новому закону между центрами внешних шаров с массами m_2 и центрами масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$ выражается формулой

$$F'_{g_1} = \frac{G m_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right)}{l_1^2}. \quad (22)$$

При отклонении от равновесия рабочего тела маятника дифференциал смещения центра массы плеча коромысла с массой $0,5m_k$:

$$dS' = r'_{\text{пл}} d\varphi \cong r'_{\text{пл}} \varphi, \quad (23)$$

а тангенс дифференциала угла $d\alpha'$:

$$\operatorname{tg} d\alpha' = \frac{dS'}{l'_1} \cong \frac{r'_{\text{пл}} \varphi}{l'_1}. \quad (24)$$

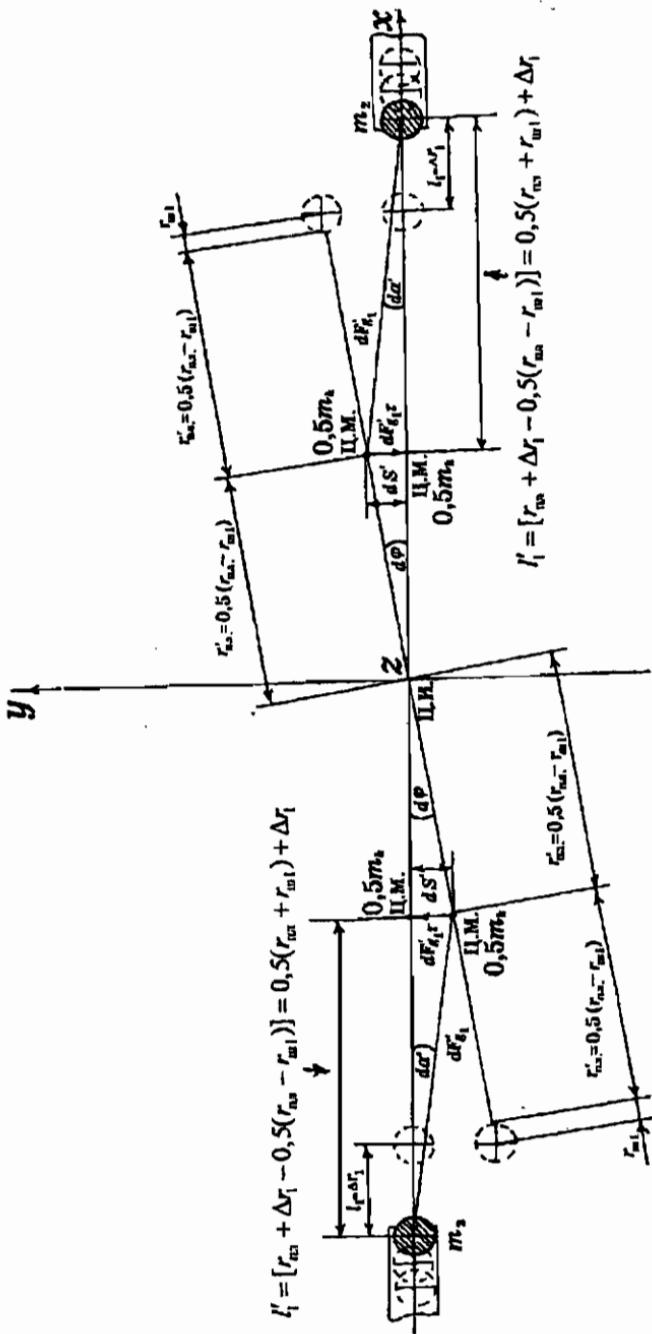


Рис. 4. Гравитационное взаимодействие плеч коромысла с массами $0,5m_k = 1,48365$ г и шаров с массами $m_2 = 9,7235$ г без учета гравитационного взаимодействия шаров с массами m_2 и m_1

Элементарная работа двух центров масс плеч коромысла под действием элементарных тангенциальных сил тяготения

$$\begin{aligned} dF'_{g_1 r} &= \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right)}{l_1'^2} \cdot \frac{dS'}{l_1'} \cong \\ &\cong \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right)}{l_1'^2} \cdot \frac{r'_{пл}\varphi}{l_1'}. \end{aligned} \quad (25)$$

двух внешних шаров с массами m_2 :

$$dA' = 2 \cdot 0,5m_k g'_1 \operatorname{tg} d\alpha' dS', \quad (26)$$

где $g'_1 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right)}{l_1'^2}$ — напряженность гравитационного поля внешнего шара с массой m_2 по новому закону тяготения на наименьшем расстоянии $l_1' = 0,5(r_{пл} + r_{ш_1}) + \Delta r_1$ между центром массы плеча коромысла и внешним шаром.

Элементарная кинетическая энергия вращения двух центров масс плеч коромысла без силы трения и силы упругости нити подвеса маятника

$$dE'_{k_1} = 2 \cdot 0,5m_k l_1'^2 \dot{\varphi} d\varphi = 2I'_{g_1} \dot{\varphi} d\varphi. \quad (27)$$

Приравниваем элементарную работу (26) центров масс плеч коромысла под действием элементарных тангенциальных сил тяготения (25) к элементарному приросту кинетической энергии (27) вращения этих центров масс:

$$-dA' = dE'_{k_1}; \quad (28)$$

a) $-2 \cdot 0,5m_k g'_1 \operatorname{tg} d\alpha' dS' = 2I'_{g_1} \dot{\varphi} d\varphi;$

б) $-0,5m_k g'_1 \operatorname{tg} d\alpha' r'_{пл} d\varphi = I'_{g_1} \dot{\varphi} d\varphi;$

в) $-0,5m_k g'_1 \frac{r'_{пл}\varphi}{l_1'} r'_{пл} \cong I'_{g_1} \dot{\varphi};$

$$r) -0,5m_k \cdot \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right)}{l_1'^2} \cdot \frac{r_{\text{пл}}'^2}{l_1'} \cdot \varphi \cong 0,5m_k l_1'^2 \ddot{\varphi}.$$

Отсюда получаем линейное дифференциальное уравнение осцилляции центров масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$ в полях тяготения шаров с массами m_2 :

$$\ddot{\varphi} + \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_1'^5} \cdot \varphi \cong 0 \quad (29)$$

или

$$\ddot{\varphi} + \omega_{g_1}'^2 \varphi \cong 0,$$

где $\omega_{g_1}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_1'^5}$ — квадрат частоты вынуждающей осцилляции центров масс плеч коромысла с массами $0,5m_k$, т. е. квадрат частоты переменного гравитационного поля взаимодействия между массами $0,5m_k$ и m_2 .

Решение уравнения (11a).

Поскольку колебательная система находится в режиме вынужденных колебаний, то решение уравнения (11a) имеет вид

$$X(t) = X(t)_{\text{собств}} + X(t)_{\text{вын}} + X'(t)_{\text{вын}}, \quad (30a)$$

где: $X(t)_{\text{собств}}$ — собственное (свободное) колебание; $X(t)_{\text{вын}}$, $X'(t)_{\text{вын}}$ — два вынуждающих колебания (принцип суперпозиции).

Более подробно решение (30a) имеет вид

$$X(t) \cong X_{\max} \cdot \cos \omega_0 t + A_{\tau \max_1} \cdot \cos \omega_{g_1} t + A'_{\tau \max_1} \cdot \cos \omega'_{g_1} t, \quad (30b)$$

где: $A_{\tau \max_1}$, $A'_{\tau \max_1}$ — амплитуды гармонических колебаний вынуждающих гравитационно-инерциальных сил при первой позиции внешних шаров, или

$$X(t) \cong X_{\max} \cdot \cos \omega_0 t + \frac{a_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} \cdot \cos \omega_{g_1} t + \frac{a'_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2} \cdot \cos \omega'_{g_1} t, \quad (30b)$$

или

$$X(t) \cong r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cdot \cos \omega_0 t - 2 \frac{F_{\tau \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} \cdot \cos \omega_{g_1} t - \\ - 2 \frac{F'_{\tau \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2)} \cdot \cos \omega'_{g_1} t, \quad (30\Gamma)$$

или

$$\text{A}) \quad X(t) \cong r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cdot \cos \omega_0 t - 2 \frac{Gm_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1^3 (m_1 + 0,5m_k) (\omega_0^2 - \omega_g^2)} \times \\ \times \cos \left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}} \right\} t - \\ - 2 \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1^5 (m_1 + 0,5m_k) (\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2)} \times \\ \times \cos \left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'^2_{\text{пл}}}{l_1'^5}} \right\} t; \quad (30\Delta)$$

где:

$$\omega_g^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}; \quad \omega'_{g_1}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'^2_{\text{пл}}}{l_1'^5}$$

— квадраты частот вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) при первой позиции внешних шаров.

Скачкообразное и одновременное перемещение внешних шаров на вторую позицию уменьшает скачком дополнительную кине-

тическую энергию колебательной системы, внесенную при первой позиции внешних шаров. Одновременно с этим появляются опережающие фазы ψ, ψ' колебаний гравитационно-инерциальных сил (полей), частоты которых уменьшаются по сравнению с первой позицией внешних шаров. Поэтому дифференциальное уравнение вынужденных колебаний маятника без трения для второй позиции внешних шаров отличается в правой части от уравнения первой позиции

$$\ddot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) \cong \left[a_{\tau \max_1} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} \right) - a_{\tau \max_2} \right] \cdot \cos(\omega_{g_2} t + \psi) + \\ + \left[a'_{\tau \max_1} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega'_{g_2}^2}{\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2} \right) - a'_{\tau \max_2} \right] \cdot \cos(\omega'_{g_2} t + \psi'). \quad (31)$$

Решение уравнения (31) имеет вид

$$X(t) \cong X_{\max} \cos \omega_0 t + (A_{\tau \max_1} - A_{\tau \max_2}) \cos(\omega_{g_2} t + \psi) + \\ + (A'_{\tau \max_1} - A'_{\tau \max_2}) \cos(\omega'_{g_2} t + \psi'). \quad (32a)$$

Здесь:

$$(A_{\tau \max_1} - A_{\tau \max_2}); \quad (A'_{\tau \max_1} - A'_{\tau \max_2})$$

— разницы между амплитудами гармонических колебаний вынуждающих гравитационно-инерциальных сил при первой и второй позициях внешних шаров;

$$\psi = \arccos \left\{ \frac{A_{\tau \max_2}}{A_{\tau \max_1}} \right\} = \arccos \left\{ \frac{a_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} : \frac{a_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} \right\};$$

$$\psi' = \arccos \left\{ \frac{A'_{\tau \max_2}}{A'_{\tau \max_1}} \right\} = \arccos \left\{ \frac{a'_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega'_{g_2}^2} : \frac{a'_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2} \right\}$$

— опережающие, из-за скачкообразного перемещения на вторую позицию внешних шаров, фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_2} и ω'_{g_2} вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) без учета трения рабочего тела.

2.2. Уравнения, описывающие колебательные процессы

Более подробно решение (32а) имеет вид

$$X(t) \cong X_{\max} \cos \omega_0 t + \left[\frac{a_{r \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} - \frac{a_{r \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} \right] \cdot \cos(\omega_{g_1} t + \psi) + \\ + \left[\frac{a'_{r \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2} - \frac{a'_{r \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2} \right] \cdot \cos(\omega_{g_2}' t + \psi'), \quad (32б)$$

или

$$X(t) \cong r_{\text{пл}} \varphi_{\max} - \left[2 \frac{F_{r \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \right. \\ \left. - 2 \frac{F_{r \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} \right] \cdot \cos(\omega_{g_1} t + \psi) - \\ \left[2 \frac{F'_{r \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)} - \right. \\ \left. - 2 \frac{F'_{r \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} \right] \cdot \cos(\omega_{g_2}' t + \psi'), \quad (32в)$$

или

$$\text{Б) } X(t) \cong r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega_0 t - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\ \times \left[\frac{1}{l_1^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \frac{1}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} \right] \times \\ \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{G m_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_2^5}}} \right\} t + \psi \right] - \\ - 2 \frac{G m_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\ \times \left[\frac{1}{l_1^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)} - \frac{1}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} \right] \times$$

$$\times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_2^5}} \right\} t + \psi' \right], \quad (32\text{г})$$

тогда:

$$\omega_{g_1}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}; \quad \omega_{g_1}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_1^5};$$

$$\omega_{g_2}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_2^5}; \quad \omega_{g_2}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_2^5}$$

— квадраты частот вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) при первой и второй позициях внешних шаров;

$$\psi = \arccos \left\{ \frac{l_1^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} \right\}; \quad \psi' = \arccos \left\{ \frac{l_1^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} \right\}$$

— опережающие фазы гармонических колебаний гравитационно-инерциальных сил (полей) с частотами ω_{g_2} и ω_{g_2}' .

Скачкообразное и одновременное перемещение внешних шаров на третью позицию еще раз уменьшает скачком ранее уменьшенную при второй позиции кинетическую энергию колебательной системы.

Одновременно с этим появляются дополнительные опережающие фазы λ , λ' колебаний гравитационно-инерциальных сил (полей), частоты которых уменьшаются по сравнению со второй позицией внешних шаров. Поэтому дифференциальное уравнение вынужденных колебаний маятника без трения для третьей позиции внешних шаров отличается в правой части от уравнения второй позиции.

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) \cong \left[a_{\tau \max_1} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} \right) - a_{\tau \max_2} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} \right) - a_{\tau \max_3} \right] \times$$

$$\times \cos(\omega_{g_3} t + \psi + \lambda) +$$

$$+ \left[a'_{\tau \max_1} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^{1/2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^{1/2}} \right) - a'_{\tau \max_2} \left(\frac{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^{1/2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^{1/2}} \right) - a'_{\tau \max_3} \right] \times \\ \times \cos(\omega_{g_3}' t + \psi' + \lambda'). \quad (33)$$

Решение уравнения (33) имеет вид

$$X(t) \cong X_{\max} \cos \omega_0 t + \\ + (A_{\tau \max_1} - A_{\tau \max_2} - A_{\tau \max_3}) \cdot \cos(\omega_{g_3} t + \psi + \lambda) + \\ + (A'_{\tau \max_1} - A'_{\tau \max_2} - A'_{\tau \max_3}) \cdot \cos(\omega_{g_3}' t + \psi' + \lambda'). \quad (34a)$$

Здесь:

$$(A_{\tau \max_1} - A_{\tau \max_2} - A_{\tau \max_3}); \quad (A'_{\tau \max_1} - A'_{\tau \max_2} - A'_{\tau \max_3})$$

— разницы между амплитудами гармонических колебаний вынуждающих гравитационно-инерциальных сил при первой, второй и третьей позициях внешних масс;

$$\psi = \arccos \left\{ \frac{A_{\tau \max_2}}{A_{\tau \max_1}} \right\} = \arccos \left\{ \frac{a_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} : \frac{a_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} \right\};$$

$$\psi' = \arccos \left\{ \frac{A'_{\tau \max_2}}{A'_{\tau \max_1}} \right\} = \arccos \left\{ \frac{a'_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^{1/2}} : \frac{a'_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^{1/2}} \right\}$$

— опережающие фазы предыдущих гармонических колебаний с частотами ω_{g_2} и ω_{g_2}' ;

$$\lambda = \arccos \left\{ \frac{A_{\tau \max_2} - A_{\tau \max_3}}{A_{\tau \max_1} - A_{\tau \max_2} - A_{\tau \max_3}} \right\} =$$

$$= \arccos \left\{ \left[\frac{a_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} - \frac{a_{\tau \max_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2} \right] : \left[\frac{a_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} - \frac{a_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} - \frac{a_{\tau \max_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2} \right] \right\};$$

$$\lambda' = \arccos \left\{ \frac{A'_{\tau \max_2} - A'_{\tau \max_3}}{A'_{\tau \max_1} - A'_{\tau \max_2} - A'_{\tau \max_3}} \right\} =$$

$$= \arccos \left\{ \left[\frac{a'_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^{1/2}} - \frac{a'_{\tau \max_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^{1/2}} \right] : \left[\frac{a'_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^{1/2}} - \frac{a'_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^{1/2}} - \frac{a'_{\tau \max_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^{1/2}} \right] \right\}$$

— дополнительные опережающие фазы из-за скачкообразного перемещения на третью позицию внешних шаров, фазы гармонических колебаний с частотами ω_g , и ω'_{g_i} , вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) без учета трения рабочего тела.

Более подробно решение (34a) имеет вид:

$$X(t) \cong X_{\max} \cos \omega_0 t +$$

$$\begin{aligned} &+ \left[\frac{a_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} - \frac{a_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} - \frac{a_{\tau \max_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2} \right] \cdot \cos(\omega_{g_i} t + \psi + \lambda) + \\ &+ \left[\frac{a'_{\tau \max_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1'}^2} - \frac{a'_{\tau \max_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2'}^2} - \frac{a'_{\tau \max_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3'}^2} \right] \cdot \cos(\omega_{g_i'} t + \psi' + \lambda'), \end{aligned} \quad (34b)$$

или

$$\begin{aligned} X(t) \cong r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega_0 t - &\left[2 \frac{F_{\tau \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \right. \\ &- 2 \frac{F_{\tau \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} - 2 \frac{F_{\tau \max_3}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)} \Big] \times \\ &\times \cos(\omega_{g_i} t + \psi + \lambda) - \left[2 \frac{F'_{\tau \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_1'}^2)} - \right. \\ &- 2 \frac{F'_{\tau \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_2'}^2)} - 2 \frac{F'_{\tau \max_3}}{(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_3'}^2)} \Big] \times \\ &\times \cos(\omega_{g_i'} t + \psi' + \lambda'), \end{aligned} \quad (34b)$$

или

$$\begin{aligned} \text{B}) \quad X(t) \cong r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega_0 t - &\left[2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1^3 (m_1 + 0,5m_k) (\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \right. \\ &- 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_2^3 (m_1 + 0,5m_k) (\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_3^3 (m_1 + 0,5m_k) (\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)} \Big] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \cos(\omega_{g_3}t + \psi + \lambda) - \left[2 \frac{Gm_2 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1'^3(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)} - \right. \\ & - 2 \frac{Gm_2 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_2'^3(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} - \\ & \left. - 2 \frac{Gm_2 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_3'^3(m_1 + 0,5m_k)(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)} \right] \cdot \cos(\omega_{g_3}'t + \psi' + \lambda'), \quad (34\Gamma) \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} X(t) \cong & r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega_0 t - 2 \frac{Gm_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\ & \times \left[\frac{1}{l_1^3(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \frac{1}{l_2^3(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} - \frac{1}{l_3^3(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)} \right] \times \\ & \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_3^5}}} \right\} t + \psi + \lambda \right] - \\ & - 2 \frac{Gm_2 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\ & \times \left[\frac{1}{l_1'^3(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)} - \frac{1}{l_2'^3(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} - \frac{1}{l_3'^3(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)} \right] \times \\ & \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'^2_{\text{пл}}}{l_3^5}}} \right\} t + \psi' + \lambda' \right], \quad (34\Delta) \end{aligned}$$

где:

$$\omega_{g_1}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}; \quad \omega_{g_1}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_1'^5};$$

$$\omega_{g_2}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_2^5}; \quad \omega_{g_2}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_2'^5};$$

$$\omega_{g_3}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_3^5}; \quad \omega_{g_3}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_3'^5}$$

— квадраты частот вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) при первой, второй и третьей позициях внешних шаров;

$$\psi = \arccos \left\{ \frac{l_1^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} \right\}; \quad \psi' = \arccos \left\{ \frac{l_1'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)}{l_2'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} \right\}$$

— опережающие фазы предыдущих гармонических гравитационных колебаний с частотами ω_{g_2} и ω_{g_2}' .

$$\lambda = \arccos \left\{ \frac{\frac{1}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \frac{1}{l_3^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)}}{\frac{1}{l_1^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)} - \frac{1}{l_2^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)} - \frac{1}{l_3^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)}} \right\};$$

$$\lambda' = \arccos \left\{ \frac{\frac{1}{l_2'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)} - \frac{1}{l_3'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)}}{\frac{1}{l_1'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)} - \frac{1}{l_2'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)} - \frac{1}{l_3'^3 (\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)}} \right\}$$

— дополнительные опережающие фазы гармонических гравитационных колебаний с частотами ω_{g_3} и ω_{g_3}' .

Рассмотрим, каким расстояниям $l_1; l_2; l_3; l_1'; l_2'; l_3'$ при трех позициях внешних шаров и при среднем значении

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$$

Таблица 1

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$			
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$			
$l_1 = \Delta r_1 = 1,83492176 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,00212176 \text{ см} = 21,2176 \text{ мкм}$			
t (с)	$X \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
0	59,89221452	5,074923275	2,90771685
* 851,028	-60,84334424	-5,15551656	-2,953893401
* 1709,1955	63,30667739	5,364245305	3,073486162
* 2567,363	-66,36002081	-5,622968141	-3,221723428

гравитационной постоянной из диапазона значений

$$G = (6,67259 \pm 0,00085) \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2) [16, \text{ с. 84}]$$

соответствуют наблюдаемые периоды T_1, T_2, T_3 колебаний крутильного маятника без учета трения.

A) Для первой позиции внешних шаров, подставляя значения:

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2);$$

$$l_1 = \Delta r_1 = 1,83492176 \text{ см с погрешностью } \delta |\Delta r_1| = 21,2176 \text{ мкм};$$

$$l'_1 = 0,5(r_{pl} + r_{m_1}) + l_1 = 6,21985593 + 1,83492176 = 8,05477769 \text{ см}$$

и остальные параметры в решение (30д), имеем амплитудно-модулированное колебание маятника с периодом $T_1 = 1716,335 \text{ с}$ (табл. 1):

$$\begin{aligned} X(t) \cong & 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos 3,64714959 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 5,133725084 \cdot 10^{-2} \cos 2,947287628 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 0,000876393 \cdot 10^{-2} \cos 0,026213852 \cdot 10^{-3} t. \end{aligned} \quad (35)$$

Таблица 2

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$			
$T_2 = 1717,828 \text{ с}$			
$l_2 = l_1 + \Delta r_2 = 2,03423376 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_2 = 0,000688 \text{ см} = 6,88 \text{ мкм}$			
t (с)	$X \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
0	63,78833435	5,404210815	3,096384713
* 861,0655	-62,03846415	-5,256784178	-3,011915472
* 1719,9795	64,01163401	5,423979291	3,107711216
* 2578,8935	-67,24256584	-5,697749953	-3,26457025

Б) Для второй позиции внешних шаров, подставляя значения:

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2);$$

$$l_2 = l_1 + \Delta r_2 = 1,83492176 + 0,199312 = 2,03423376 \text{ см}$$

с погрешностью $\delta |\Delta r_2| = 6,88 \text{ мкм};$

$$l'_2 = 0,5(r_{\text{пл}} + r_{\text{т}_1}) + l_2 = 6,21985593 + 2,03423376 = 8,25408969 \text{ см}$$

и остальные параметры в решение (32г), имеем амплитудно-модулированное колебание маятника с периодом $T_2 = 1717,828 \text{ с}$ (табл. 2):

$$\begin{aligned} X(t) \cong & 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos 3,64714959 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 2,990793719 \cdot 10^{-2} \cos (2,2777530721 \cdot 10^{-3} t + 1,140189505) - \\ & - 0,000062018 \cdot 10^{-2} \cos (0,024659949 \cdot 10^{-3} t + 0,378459549). \end{aligned} \quad (36)$$

В) Для третьей позиции внешних шаров, подставляя значения:

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2);$$

$$l_3 = l_2 + \Delta r_3 = 2,03423376 + 0,19875 = 2,23298376 \text{ см}$$

с погрешностью $\delta |\Delta r_3| = 12,5 \text{ мкм};$

$$l'_3 = 0,5(r_{\text{пл}} + r_{\text{т}_1}) + l_3 = 6,21985593 + 2,23298376 = 8,45283969 \text{ см}$$

Таблица 3

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$			
$T_3 = 1718,871 \text{ с}$			
$l_3 = l_2 + \Delta r_3 = 2,23298376 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_3 = 0,00125 \text{ см} = 12,5 \text{ мкм}$			
t (с)	$X \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
0	66,0056112	5,5929375	3,204517138
* 863,388	-63,64461497	-5,3928802	-3,089892749
* 1722,8235	64,093752	5,430937576	3,111698019
* 2582,259	-66,48564223	-5,633612581	-3,227822243

и остальные параметры в решение (34д), имеем амплитудно-модулированное колебание маятника с периодом $T_3 = 1718,871$ с (табл. 3):

$$\begin{aligned} X(t) \cong & 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos 3,64714959 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 1,682273443 \cdot 10^{-2} \cos (1,804066271 \cdot 10^{-3} t + 2,191997363) + \\ & + 0,000696292 \cdot 10^{-2} \cos (0,023235828 \cdot 10^{-3} t + 2,029862252). \quad (37) \end{aligned}$$

Средняя погрешность расстояний между шарами при второй и третьей позициях внешних шаров:

$$\delta_{cp} |\Delta r_{2,3}| = \frac{\delta |\Delta r_2| + \delta |\Delta r_3|}{2} = 9,69 \text{ мкм}.$$

Как видим, расчетная погрешность расстояний между шарами для трех позиций несколько больше погрешности измеренных расстояний. Это объясняется тем, что не учитывалось, несмотря на большую добротность маятника, трение рабочего тела.

Учтем трение рабочего тела кривильного маятника.

Дифференциальное уравнение колебаний маятника при отсутствии притягивающих масс m_2 , наличия трения и $\varphi \ll 1$:

$$\ddot{X}(t) + 2\beta \dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = 0, \quad (38)$$

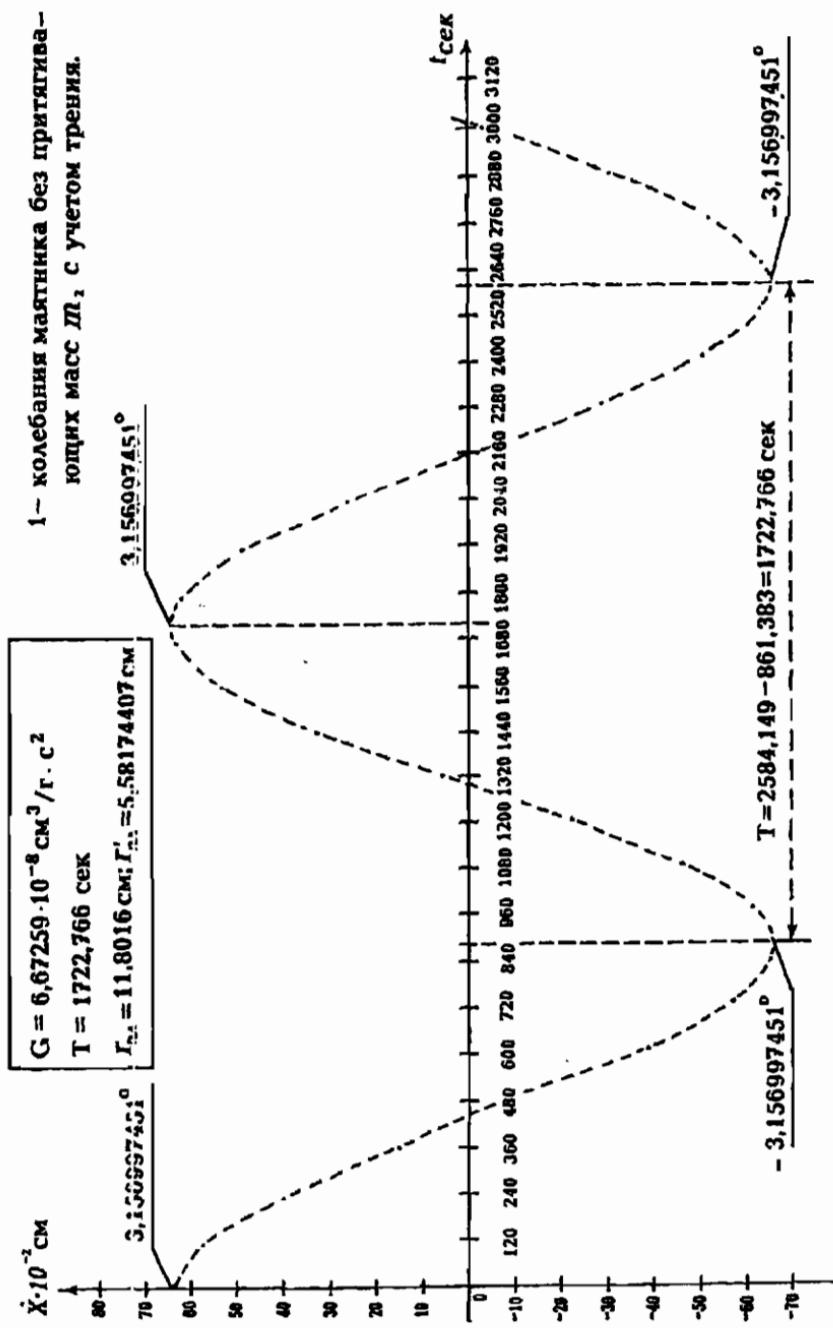


Рис. 5. (Таблица 4)

общее решение которого при $t_{\text{набл}} \ll t_{\text{релакс}} (e^{-\beta t} \cong 1)$:

$$\dot{\bar{X}}(t) = \bar{X}_{\max} \cos \omega t, \quad (39)$$

где $\bar{X}_{\max} = r_{\text{пл}} \varphi_{\max}$.

Подстановкой численных значений

$$\bar{X}_{\max} = r_{\text{пл}} \varphi_{\max} = 65,026816 \cdot 10^{-2} \text{ см}$$

и наблюдаемой частоты колебаний маятника без внешних масс $\omega = 3,647149588 \cdot 10^{-3}$ рад/с имеем гармоническое колебание с наблюдаемым периодом $T = 1722,766$ с (рис. 5):

$$\dot{\bar{X}}(t) = 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos 3,647149588 \cdot 10^{-3} t. \quad (40)$$

Таблица 4

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$			
$T = 1722,766$ с			
$r_{\text{пл}} = 11,8016$ см; $r'_{\text{пл}} = 5,58174407$ см			
t (с)	$\dot{\bar{X}} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
*0	65,026816	5,51	3,156997451
120	58,8978274	4,990664605	2,859440188
240	41,66621576	3,530556514	2,022859876
360	16,58025181	1,404915588	0,804957337
480	-11,63119731	-0,98856105	-0,564684887
600	-37,65009019	-3,190253032	-1,827880343
720	-56,5716965	-4,793561593	-2,746508481
840	-64,82917056	-5,493252657	-3,14740193
*861,383	-65,026816	-5,51	-3,156997451

Продолжение таблицы 4

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$			
$T = 1722,766 \text{ с}$			
$r_{\text{пл}} = 11,8016 \text{ см}; \quad r'_{\text{пл}} = 5,58174407 \text{ см}$			
t (с)	$\dot{x} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
960	-60,86592487	-5,157429914	-2,954989672
1080	-45,42905698	-3,849398131	-2,205542666
1200	-21,42851677	-1,817729797	-1,040336541
1320	6,611438048	0,560215398	0,320979779
1440	33,40509385	2,830556352	1,621789327
1560	53,90167247	4,567319048	2,616831051
1680	64,23743571	5,443112435	3,118673699
* 1722,766	65,026816	5,51	3,156997451
1800	62,46402507	5,292843773	3,032576098
1920	48,91573996	4,144839679	2,374818204
2040	26,14652013	2,215506383	1,269391652
2160	-1,551488578	-0,131464257	-0,07532347
2280	-28,95703161	-2,453653031	-1,405839631
2400	-50,90398609	-4,313312271	-2,471345888
2520	-63,22520855	-5,35988413	-3,070987393
*2584Д49	-65,026816	-5,51	-3,156997451
2640	-63,68241331	-5,396083015	-3,091727827
2760	-52,10506952	-4,415085202	-2,529657483

Продолжение таблицы 4

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$			
$T = 1722,766 \text{ с}$			
$r_{\text{пп}} \approx 11,8016 \text{ см}; \quad r'_{\text{пп}} = 5,58174407 \text{ см}$			
t (с)	$\dot{X} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
2880	-30,70558167	-2,601815149	-1,490730271
3000	-3,517892221	-0,29808641	-0,17079072

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний маятника с трением при первой позиции внешних шаров и $t_{\text{набл}} \ll t_{\text{релакс}}$:

$$\ddot{X}(t) + 2\beta \dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = X_{\max} [(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot \cos \omega t - 2\beta \omega \sin \omega t] + \\ + \frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} \times \\ \times [(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2) \cdot \cos(\omega_{g_1} t + \theta_1) - 2\beta \omega_{g_1} \sin(\omega_{g_1} t + \theta_1)] + \\ + \frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_1})^2 + 4(\beta \omega'_{g_1})^2}} \times \\ \times [(\omega_0^2 - \omega'_{g_1}) \cdot \cos(\omega'_{g_1} t + \theta'_1) - 2\beta \omega'_{g_1} \sin(\omega'_{g_1} t + \theta'_1)], \quad (41)$$

которое при полном отсутствии трения ($\omega_0 = \omega$, $\beta = 0$, $\theta_1 = 0$, $\theta'_1 = 0$) является уравнением (11а).

Решение уравнения (41):

$$\dot{X}(t) = X_{\max} \cos \omega t + \overset{*}{A}_{\tau \max_1} \cos(\omega_{g_1} t + \theta_1) + \\ + \overset{*}{A}'_{\tau \max_1} \cos(\omega'_{g_1} t + \theta'_1), \quad (42a)$$

Здесь: $\overset{*}{A}_{\tau \max_1}$, $\overset{*}{A}'_{\tau \max_1}$ — амплитуды гармонических колебаний вынуждающих гравитационно-инерциальных сил с учетом трения;

θ_1, θ'_1 — запаздывающие фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_1} и ω'_{g_1} , вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) из-за наличия трения рабочего тела.

Более подробно решение (42а) имеет вид:

$$\begin{aligned} \overset{*}{X}(t) = & X_{\max} \cos \omega t + \frac{a_{r \max}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} \cos(\omega_{g_1} t + \theta_1) + \\ & + \frac{a'_{r \max}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega'_{g_1})^2}} \cos(\omega'_{g_1} t + \theta'_1), \end{aligned} \quad (42б)$$

или

$$\begin{aligned} \overset{*}{X}(t) = & r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega t - \\ & - 2 \frac{F_{r \max}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} \cos(\omega_{g_1} t + \theta_1) - \\ & - 2 \frac{F'_{r \max}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega'_{g_1})^2}} \cos(\omega'_{g_1} t + \theta'_1), \end{aligned} \quad (42в)$$

или

$$\begin{aligned} A) \quad \overset{*}{X}(t) = & r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega t - \\ & - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{l_1^3 (m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} \times \\ & \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{G m_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}}} \right\} t - \arctg \left(\frac{2\beta \omega_{g_1}}{\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2} \right) \right] - \\ & - 2 \frac{G m_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'_{\text{пл}}}{l_1^3 (m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega')^2}} \times \end{aligned}$$

$$\times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_1^5}} \right\} t - \arctg \left(\frac{2\beta\omega'_{g_1}}{\omega_0^2 - \omega'^2_{g_1}} \right) \right], \quad (42\Gamma)$$

где

$$\omega_{g_1}^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5};$$

$$\omega_{g_1}'^2 = \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{\text{пл}}'^2}{l_1^5}$$

— квадраты частот вынуждающих гравитационно-инерциальных сил (полей) при первой позиции внешних шаров.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний маятника с трением при второй позиции внешних шаров и $t_{\text{набл}} \ll t_{\text{релакс}}$:

$$\ddot{X}(t) + 2\beta\dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = X_{\max} [(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \omega t - 2\beta\omega \sin \omega t] + \\ + \left[\frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}} - \frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)^2 + 4(\beta\omega'_{g_1})^2}} \right] \times \\ \times [(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2) \cos (\omega_{g_1} t + \theta_2 + \psi) - 2\beta\omega_{g_1} \sin (\omega_{g_1} t + \theta_2 + \psi)] + \\ + \left[\frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} - \frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)^2 + 4(\beta\omega'_{g_2})^2}} \right] \times \\ \times [(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2) \cos (\omega_{g_2} t + \theta'_2 + \psi') - 2\beta\omega_{g_2} \sin (\omega_{g_2} t + \theta'_2 + \psi')], \quad (43)$$

которое при полном отсутствии трения ($\omega_0 = \omega$, $\beta = 0$, $\theta_2 = 0$, $\theta'_2 = 0$) является уравнением (31).

Решение уравнения (43):

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{X}}(t) = & X_{\max} \cos \omega t + (\dot{A}_{\tau \max_1} - \dot{A}_{\tau \max_2}) \cos(\omega_{g_2} t + \theta_2 + \psi) + \\ & + (\dot{A}'_{\tau \max_1} - \dot{A}'_{\tau \max_2}) \cos(\omega'_{g_2} t + \theta'_2 + \psi').\end{aligned}\quad (44a)$$

Здесь:

$$(\dot{A}_{\tau \max_1} - \dot{A}_{\tau \max_2}); \quad (\dot{A}'_{\tau \max_1} - \dot{A}'_{\tau \max_2})$$

— разницы между амплитудами гармонических колебаний вынуждающих гравитационно-инерциальных сил при первой и второй позициях внешних шаров с учетом трения;

$$\theta_2 = -\operatorname{arctg} \left[\frac{2\beta\omega_{g_2}}{\omega_0^2 - \omega_2^2} \right]; \quad \theta'_2 = -\operatorname{arctg} \left[\frac{2\beta\omega'_{g_2}}{\omega_0^2 - \omega'_2^2} \right]$$

— запаздывающие, из-за трения рабочего стола тела, фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_2} и ω'_{g_2} вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей);

$$\psi = -\arccos \left(\frac{\dot{A}_{\tau \max_2}}{\dot{A}_{\tau \max_1}} \right) = \arccos \left\{ \frac{\frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}}}{\frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}}} \right\};$$

$$\psi' = -\arccos \left(\frac{\dot{A}'_{\tau \max_2}}{\dot{A}'_{\tau \max_1}} \right) = \arccos \left\{ \frac{\frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega'_{g_2})^2}}}{\frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega'_{g_1})^2}}} \right\}$$

— опережающие, из-за скачкообразного перемещения на вторую позицию внешних шаров, фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_2} и ω'_{g_2} вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) с учетом трения рабочего тела.

Более подробно решение (44а) имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{X}}(t) = & X_{\max} \cos \omega t + \\ & + \left[\frac{a_{T \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} - \frac{a_{T \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2})^2}} \right] \times \\ & \times \cos(\omega_{g_i} t + \theta_2 + \psi) + \\ & + \left[\frac{a'_{T \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1'}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1'})^2}} - \frac{a'_{T \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2'}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2'})^2}} \right] \times \\ & \times \cos(\omega_{g_i'} t + \theta'_2 + \psi'), \end{aligned} \quad (44б)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{\bar{X}}(t) = & r_{n1} \varphi_{\max} \cos \omega t - \left[2 \frac{F_{T \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} - \right. \\ & - 2 \frac{F_{T \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2})^2}} \cos(\omega_{g_2} t + \theta_2 + \psi) - \\ & - \left[2 \frac{F'_{T \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1'}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1'})^2}} - \right. \\ & - \left. 2 \frac{F'_{T \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2'}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2'})^2}} \right] \cos(\omega_{g_i'} t + \theta'_2 + \psi'). \end{aligned} \quad (44в)$$

или

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \dot{\bar{X}}(t) = & r_{n2} \varphi_{\max} \cos \omega t - \\ & - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{n1} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \left[\frac{1}{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} - \right. \\ & \left. - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{n2} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \left[\frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2})^2}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{n1} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \left[\frac{1}{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1'}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1'})^2}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{n2} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \left[\frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2'}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2'})^2}} - \right. \right. \right] \cos(\omega_{g_i'} t + \theta'_2 + \psi'). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пп}}^2}{l_2^5}} \right\} t - \right. \\
 & \left. - \arctg \left(\frac{2\beta\omega_{g_2}}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} \right) + \arccos \left\{ \frac{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} \right\} \right] - \\
 & - 2 \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r'_{\text{пп}} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\
 & \times \left[\frac{1}{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1}')^2}} - \frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2}')^2}} \right] \times \\
 & \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r_{\text{пп}}^2}{l_2^5}} \right\} t - \arctg \left(\frac{2\beta\omega_{g_2}'}{\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2} \right) + \right. \\
 & \left. + \arccos \left\{ \frac{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1}')^2}}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2}')^2}} \right\} \right], \quad (44\Gamma)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \omega_{g_1}^2 &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пп}}^2}{l_1^5}; \quad \omega_{g_1}'^2 = \frac{Gm_2 \cdot \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r_{\text{пп}}'^2}{l_1^5}; \\
 \omega_{g_2}^2 &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пп}}^2}{l_2^2}; \quad \omega_{g_2}'^2 = \frac{Gm_2 \cdot \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2}\right) r_{\text{пп}}'^2}{l_2^5}
 \end{aligned}$$

— квадраты частот вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) при первой и второй позиции внешних шаров.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний крутого маятника с трением при третьей позиции внешних шаров и $t_{\text{набл}} \ll t_{\text{релакс}}$:

$$\ddot{X}(t) + 2\beta \dot{X}(t) + \omega_0^2 X(t) = X_{\max} [(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \omega t - 2\beta \omega \sin \omega t] +$$

$$+ \left[\frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} - \frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2})^2}} - \right.$$

$$- \left. \frac{a_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3})^2}} \right] [(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2) \cos (\omega_{g_3} t + \theta_3 + \psi + \lambda) -$$

$$- 2\beta \omega_{g_3} \sin (\omega_{g_3} t + \theta_3 + \psi + \lambda)] + \left[\frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1}')^2}} - \right.$$

$$- \left. \frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} - \frac{a'_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \right] \times$$

$$\times [(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2) \cos (\omega_{g_3}' t + \theta'_3 + \psi' + \lambda') -$$

$$- 2\beta \omega_{g_3}' \sin (\omega_{g_3}' t + \theta'_3 + \psi' + \lambda')], \quad (45)$$

которое при полном отсутствии трения ($\omega_0 = 0$, $\beta = 0$, $\theta_3 = 0$, $\theta'_3 = 0$) является уравнением (33).

Решение уравнения (45):

$$\ddot{X}(t) = X_{\max} \cos \omega t +$$

$$+ (\ddot{A}_{\tau \max_1} - \ddot{A}_{\tau \max_2} - \ddot{A}_{\tau \max_3}) \cos (\omega_{g_3} t + \theta_3 + \psi + \lambda) +$$

$$+ (\ddot{A}'_{\tau \max_1} - \ddot{A}'_{\tau \max_2} - \ddot{A}'_{\tau \max_3}) \cos (\omega_{g_3}' t + \theta'_3 + \psi' + \lambda'). \quad (46a)$$

Здесь:

$$(\ddot{A}_{\tau \max_1} - \ddot{A}_{\tau \max_2} - \ddot{A}_{\tau \max_3}); \quad (\ddot{A}'_{\tau \max_1} - \ddot{A}'_{\tau \max_2} - \ddot{A}'_{\tau \max_3})$$

— разницы между амплитудами гармонических колебаний вынуждающих гравитационно-инерциальных сил при первой, второй и третьей позициях внешних шаров с учетом трения;

$$\theta_3 = -\arctg \left[\frac{2\beta\omega_{g_3}}{\omega_0^2 - \omega_3^2} \right]; \quad \theta'_3 = -\arctg \left[\frac{2\beta\omega'_{g_3}}{\omega_0^2 - \omega'_3{}^2} \right]$$

— запаздывающие, из-за трения рабочего тела, фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_3} и ω'_{g_3} вынуждающих гравитационно-инерциальных сил (полей);

$$\psi = -\arccos \left(\frac{\overset{*}{A}_{\tau \max_2}}{\overset{*}{A}_{\tau \max_1}} \right) = \arccos \left\{ \frac{\frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}}}{\frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}}} \right\};$$

$$\psi' = -\arccos \left(\frac{\overset{*}{A'}_{\tau \max_2}}{\overset{*}{A'}_{\tau \max_1}} \right) = \arccos \left\{ \frac{\frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_2})^2 + 4(\beta\omega'_{g_2})^2}}}{\frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega'_{g_1})^2 + 4(\beta\omega'_{g_1})^2}}} \right\}$$

— опережающие, из-за скачкообразного предыдущего перемещения внешних шаров, фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_2} и ω'_{g_2} вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) с учетом трения рабочего тела;

$$\lambda = \arccos \left(\frac{\overset{*}{A}_{\tau \max_2} - \overset{*}{A}_{\tau \max_3}}{\overset{*}{A}_{\tau \max_1} - \overset{*}{A}_{\tau \max_2} - \overset{*}{A}_{\tau \max_3}} \right) =$$

$$= \arccos \left\{ \left[\frac{\frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} - \frac{a_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_3})^2}} \right] : \right.$$

$$\left. \left[\frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}} - \frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} \right] \right\};$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{a_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3})^2}} \Biggr] \Biggr\}; \\
 \lambda' &= \arccos \left(\frac{\overset{*}{A'}_{\tau \max_2} - \overset{*}{A'}_{\tau \max_3}}{\overset{*}{A'}_{\tau \max_1} - \overset{*}{A'}_{\tau \max_2} - \overset{*}{A'}_{\tau \max_3}} \right) = \\
 &= \arccos \left\{ \left[\frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} - \frac{a'_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \right] : \right. \\
 &: \left[\frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1}')^2}} - \frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} \right. \\
 &- \left. \left. \frac{a'_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \right] \right\}
 \end{aligned}$$

— дополнительные опережающие, из-за скачкообразного перемещения на третью позицию внешних шаров, фазы гармонических колебаний с частотами ω_{g_3} и ω_{g_3}' вынуждающих переменных гравитационно-инерциальных сил (полей) с учетом трения рабочего тела.

Более подробно решение (46а) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \overset{*}{X}(t) &= X_{\max} \cos \omega t + \left[\frac{a_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1})^2}} - \right. \\
 &- \left. \frac{a_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2})^2}} - \frac{a_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3})^2}} \right] \times \\
 &\times \cos(\omega_{g_3} t + \theta_3 + \psi + \lambda) + \\
 &+ \left[\frac{a'_{\tau \max_1}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1}')^2}} - \frac{a'_{\tau \max_2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} - \right. \\
 &\left. \left. \frac{a'_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \right] \right]
 \end{aligned}$$

$$-\frac{a'_{\tau \max_3}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^{l2})^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \cdot \cos(\omega_{g_3}' t + \theta_3' + \psi' + \lambda'), \quad (466)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) = & r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega t - \left[2 \frac{F_{\tau \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1}')^2}} - \right. \\ & - 2 \frac{F_{\tau \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} - \\ & - 2 \frac{F_{\tau \max_3}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \times \\ & \times \cos(\omega_{g_3} t + \theta_2 + \psi + \lambda) - \left[2 \frac{F'_{\tau \max_1}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^{l2})^2 + 4(\beta \omega_{g_1}')^2}} - \right. \\ & - 2 \frac{F'_{\tau \max_2}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^{l2})^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} - \\ & \left. - 2 \frac{F'_{\tau \max_3}}{(m_1 + 0,5m_k) \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^{l2})^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \right] \cdot \cos(\omega_{g_3}' t + \theta_2' + \psi' + \lambda'), \end{aligned} \quad (46b)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{B}) \quad \dot{X}(t) = & r_{\text{пл}} \varphi_{\max} \cos \omega t - 2 \frac{G m_2 m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}} \varphi_{\max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\ & \times \left[\frac{1}{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_1}')^2}} - \right. \\ & - \left. \frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_2}')^2}} - \frac{1}{l_3^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta \omega_{g_3}')^2}} \right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{III}^2}{l_3^5}} \right\} t - \right. \\
 & - \arctg \left(\frac{2\beta\omega_{g_3}}{\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2} \right) + \arccos \left\{ \frac{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} \right\} + \\
 & + \arccos \left\{ \left[\frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} - \right. \right. \\
 & - \frac{1}{l_3^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_3})^2}} : \left[\frac{1}{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1})^2}} - \right. \\
 & - \frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2})^2}} - \frac{1}{l_3^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_3})^2}} \left. \right] \left. \right\} - \\
 & - 2 \frac{Gm_2 \cdot 0,5m_k \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{III} \varphi_{max}}{m_1 + 0,5m_k} \times \\
 & \times \left[\frac{1}{l_1^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_1}'^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_1}')^2}} - \frac{1}{l_2^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_2}'^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_2}')^2}} - \right. \\
 & - \frac{1}{l_3^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{g_3}'^2)^2 + 4(\beta\omega_{g_3}')^2}} \times \\
 & \times \cos \left[\left\{ \sqrt{\frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r_{III}^2}{l_3^5}} \right\} t - \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \operatorname{arctg} \left(\frac{2\beta\omega'_{g_3}}{\omega_0^2 - \omega'^2_{g_3}} \right) + \arccos \left\{ \frac{l_1'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_1})^2 + 4(\beta\omega'_{g_1})^2}}{l_2'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_2})^2 + 4(\beta\omega'_{g_2})^2}} \right\} + \\
 & + \arccos \left\{ \left[\frac{1}{l_2'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_2})^2 + 4(\beta\omega'_{g_2})^2}} - \right. \right. \\
 & - \frac{1}{l_3'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_3})^2 + 4(\beta\omega'_{g_3})^2}} \left. \right] : \left[\frac{1}{l_1'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_1})^2 + 4(\beta\omega'_{g_1})^2}} - \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{l_2'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_2})^2 + 4(\beta\omega'_{g_2})^2}} - \frac{1}{l_3'^3 \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2_{g_3})^2 + 4(\beta\omega'_{g_3})^2}} \right] \right\}, \\
 \end{aligned} \tag{46г}$$

где

$$\begin{aligned}
 \omega_{g_1}^2 &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}; & \omega'^2_{g_1} &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'^2_{\text{пл}}}{l_1^5}; \\
 \omega_{g_2}^2 &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_2^5}; & \omega'^2_{g_2} &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'^2_{\text{пл}}}{l_2^5}; \\
 \omega_{g_3}^2 &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) r_{\text{пл}}^2}{l_3^5}; & \omega'^2_{g_3} &= \frac{Gm_2 \left(1 + \frac{0,5m_k}{m_2} \right) r'^2_{\text{пл}}}{l_3^5};
 \end{aligned}$$

— квадраты частот вынуждающих переменных гравитационных сил (полей) при первой, второй и третьей позициях внешних шагов.

Рассмотрим с учетом трения рабочего тела, каким расстояниям $l_1; l_2; l_3; l'_1; l'_2; l'_3$ со средним значением $G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$ гравитационной постоянной соответствуют наблюдаемые периоды T_1, T_2, T_3 колебаний крутильного маятника.

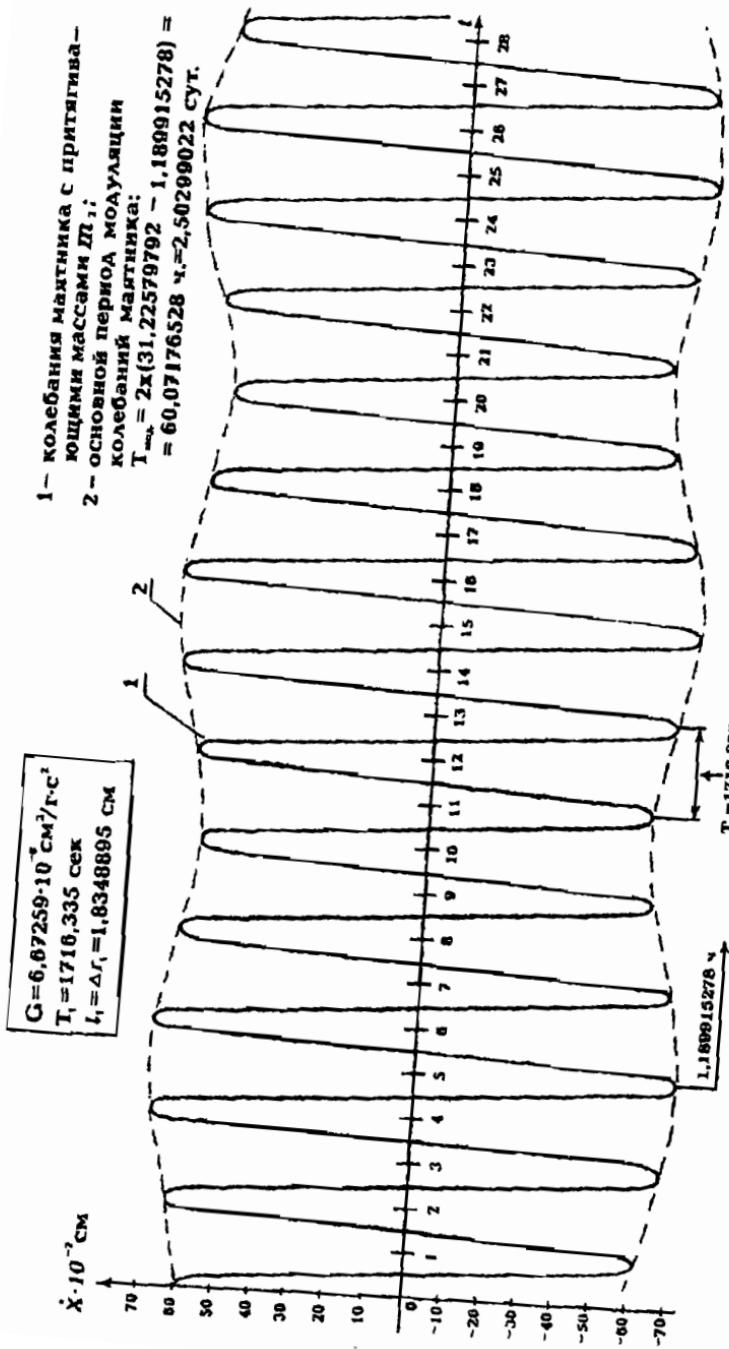


Рис. 6. (Таблица 5)

- 1 - колебания маятника с притягивающимися массами M_1, M_2 ;
- 2 - основной период маятника:
- $$T_{\text{пер}} = 2\pi(31,22579792 - 1,189915278) =$$
- $$= 60,07176528 \text{ ч.} = 2,50299022 \text{ сут.}$$

$G = 6,67259 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2/\text{г} \cdot \text{с}^2$
$T_1 = 1716,335 \text{ сек}$
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}$

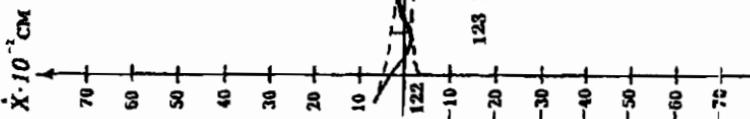


Рис. 7. (Таблица 6)

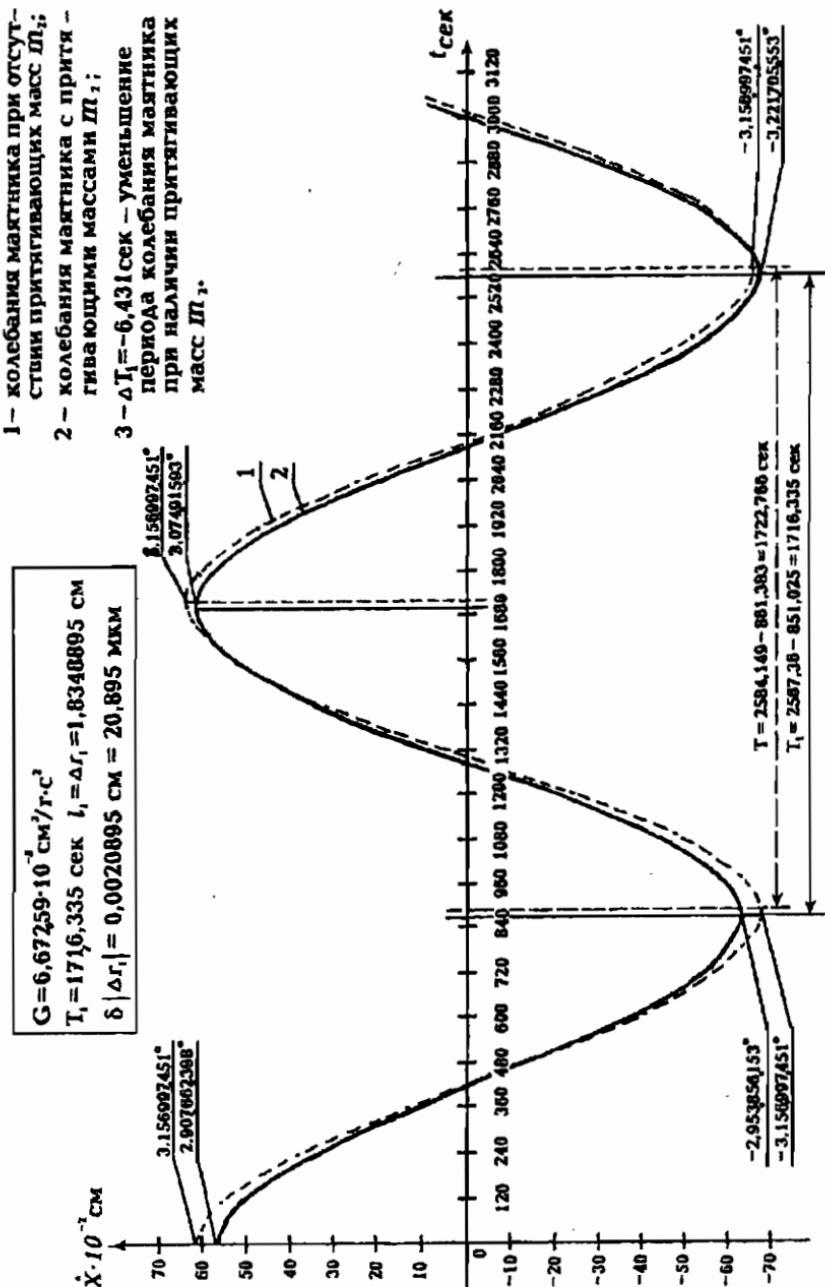


Рис. 8. (Таблица 7)

А) Для первой позиции внешних шаров, подставляя значения:

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2);$$

$$\beta = 1,21546198 \cdot 10^{-7};$$

$$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см с погрешностью } \delta |\Delta r_1| = 20,895 \text{ мкм};$$

$$l'_1 = 0,5(r_{\text{пл}} + r_{m_1}) + l_1 = 6,21985593 + 1,8348895 = 8,05474543 \text{ см}$$

и остальные параметры в решение (42г), имеем амплитудно-модулированные колебания маятника с периодом $T_1 = 1716,335$ с (рис. 6, 7, 8):

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) = & 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos 3,647149588 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 5,13484672 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (2,947417174 \cdot 10^{-3} t - 0,000155272) - \\ & - 0,000876403 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (0,026214112 \cdot 10^{-3} t - 0,000000479). \quad (47) \end{aligned}$$

Таблица 5

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (час)	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^2$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
0	0	0	59,89109294	5,074828238	2,907662398
1	0,236395833	851,025	-60,84257702	-5,155451551	-2,953856153
2	0,474775694	1709,1925	63,30646391	5,364227216	3,073475798
3	0,713155555	2567,36	-66,35965263	-5,622936943	-3,221705553
4	0,951535416	3425,5275	68,87288418	5,835893793	3,34372084
*5	1,189915278	4283,695	-69,92046263	-5,924659591	-3,394579896
6	1,428295139	5141,8625	69,09371494	5,854605727	3,354441989

Продолжение таблицы 5

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (час)	t (с)	$\dot{x} \cdot 10^2$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
1	1,666675	6000,03	-66,67423894	-5,649593186	-3,236978453
8	1,905054861	6858,1975	63,506322	5,381162045	3,083178741
9	2,143434722	7716,365	-60,71547952	-5,144682036	-2,947685676
10	2,381814583	8574,5325	59,274491189	5,022580996	2,877726934
11	2,620194444	9432,7	-59,6750769	-5,056524277	-2,897175001
12	2,858574306	10290,8675	61,72436973	5,230169615	2,996666451
13	3,096954167	11149,035	-64,6397689	-5,477203845	-3,138206639
14	3,335334028	12007,2025	67,30857651	5,703343318	3,267775013
15	3,573713889	12865,37	-68,71667733	-5,822657719	-3,336137128
16	3,81209375	13723,5375	68,29259462	5,786723378	3,315548268
17	4,050473611	14581,705	-66,13923062	-5,604259644	-3,211004249
18	4,288853472	15439,8725	62,97253876	5,335932311	3,057264012
19	4,527333333	16298,04	-59,88522011	-5,074330609	-2,907377277
20	4,765613194	17156,2075	57,92627148	4,90834052	2,812271962
21	5,003993056	18014,375	-57,74326663	-4,892833737	-2,80338723
22	5,242372917	18872,5425	61,77586555	5,234533076	2,99916653
23	5,480752778	19730,71	-62,02403406	-5,255561454	-3,011214903
24	5,719132639	20588,8775	67,64480507	5,731833401	3,284098628

Продолжение таблицы 5

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$I_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (час)	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^2$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
25	5,9575125	21447,045	-66,50804534	-5,635510892	-3,228909895
26	6,195892361	22305,2125	69,80968244	5,915272712	3,389201611
27	6,434272222	23163,38	-64,6621445	-5,479099825	-3,139292955
28	6,672652083	24021,5475	61,57653773	5,217643178	2,989489331
29	6,911031944	24879,715	-58,27036455	-4,937496996	-2,828977393

Таблица 6

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$I_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (час)	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
122	29,08038125	104689,3725	3,446880759	0,292068936	-0,167343173
123	29,31876111	105547,54	-1,536612403	-0,130203735	0,074601245
124	29,55714097	106405,7075	1,48868576	0,126142706	0,072274446
125	29,79552083	107263,875	-3,038943621	-0,257502679	-0,147538167
126	30,03390069	108122,0425	5,354363207	0,453698075	0,259949848
127	30,27228056	108980,21	-7,311664335	-0,619548564	-0,354975179
128	30,51066042	109838,3775	7,983889632	0,676509086	0,387611154

Продолжение таблицы б

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (час)	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
129	30,74904028	110696,545	-6,700964873	-0,567801389	-0,325326231
130	30,98742014	111554,7125	3,801572156	0,322123454	0,184563144
*131	31,22579792	112412,87	0,00094006	0,000079655	0,000045639
132	31,46417708	113271,0375	-3,591795804	-0,304348207	-0,174378677
133	31,70255694	114129,205	5,952303973	0,504364151	0,288979372
134	31,94093681	114987,3725	-6,49562166	-0,550401781	-0,31535699
135	32,17931667	115845,54	5,307547664	0,449731194	0,257676993
136	32,41769653	116703,7075	-3,090073171	-0,261835104	-0,150020464
137	32,65607639	117561,875	0,93166649	0,078944083	0,045231627
138	32,89445625	118420,0425	-0,113524767	-0,009619438	-0,005511532
139	33,13283611	119278,21	0,616798951	0,052264,01	0,029945072
140	33,37121597	120136,3775	-3,127013944	-0,264965254	-0,01518139
141	33,60959583	120994,545	6,787426673	0,575127666	0,329523879
142	33,84797569	121852,7125	-10,53747982	-0,892885695	-0,511585819
143	34,08635556	122710,88	13,29644259	1,126664401	0,64563115
144	34,32473542	123569,0475	-14,33047595	-1,214282466	-0,695732604
145	34,56311528	124427,215	13,55459645	1,147691537	0,657578812
146	34,80149514	125285,3825	-11,49174628	-0,973744769	-0,557914656

Продолжение таблицы 6

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (час)	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
147	35,039875	126143,55	9,19723799	0,779321277	0,4465182
148	35,27825486	127001,7175	-7,761017353	-0,657624165	-0,376791892
149	35,51663472	127859,885	7,983242649	0,676454264	0,378579743
150	35,75501458	128718,0525	-10,04851981	-0,851454024	-0,48784722

Таблица 7

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$					
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$					
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$					
№	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)	
1	0	59,89109294	5,074828238	2,907662398	
2	120	54,07967003	4,582401541	2,625522684	
3	240	37,76199378	3,199735102	1,833313169	
4	360	14,07319155	1,192481659	0,683241662	
5	480	-12,43083481	-1,053317754	-0,6035066	
6	600	-36,64342084	-3,104953637	-1,77900739	
7	720	-53,88345192	-4,565775142	-2,61599648	
8	840	-60,79227296	-5,151189073	-2,951413933	

Продолжение таблицы 7

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$				
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$				
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$				
№	t (с)	$\dot{\bar{x}} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
9	* 851,025	-60,84257702	-5,155451551	-2,953856153
10	960	-55,98021534	-4,743442867	-2,717792566
11	1080	-40,29949946	-3,414748802	-1,956506945
12	1200	-16,69024861	-1,414236087	-0,81029759
13	1320	10,37172036	0,878840187	0,503538336
14	1440	35,72176651	3,026857927	1,734261844
15	1560	54,48782766	4,616986481	2,645338394
16	1680	63,02040019	5,339987814	3,059587644
17	* 1709,1925	63,30590029	5,366740131	3,07491593
18	1800	59,69435705	5,049684535	2,893256117
19	1920	44,74859012	3,791739266	2,172506569
20	2040	21,19766492	1,796168733	1,029128877
21	2160	-6,669499175	-0,565135166	-0,323798598
22	2280	-33,6107065	-2,847978791	-1,631771649
23	2400	-54,51731798	-4,619485323	-2,646770125
24	2520	-65,3809825	-5,54010041	-3,174191938
25	* 2567,36	-66,35965263	-5,622936943	-3,221705553
26	2640	-64,05757104	-5,427871733	-3,10994142

Продолжение таблицы 7

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$				
$T_1 = 1716,335 \text{ с}$				
$l_1 = \Delta r_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_1 = 0,0020895 \text{ см} = 20,895 \text{ мкм}$				
№	t (с)	$\dot{X} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
27	2760	-50,68327548	-4,294610517	-2,460630573
28	2880	-27,66295931	-2,344000755	-1,343013504
29	3000	0,768779759	0,065141994	0,037323613

* Б) Для второй позиции внешних шаров, подставляя значения:

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2); \quad \beta = 1,21546198 \cdot 10^{-7};$$

$$l_2 = l_1 - \Delta r_2 = 1,8348895 + 0,1993905 = 2,03428 \text{ см}$$

с погрешностью $\delta |\Delta r_2| = 6,095 \text{ мкм}$;

$$l'_2 = 0,5(r_{\text{ш1}} + r_{\text{ш2}}) + l_2 = 6,21985593 + 2,03428 = 8,25413593 \text{ см}$$

и остальные параметры в решение (44г), имеем амплитудно-модулированные колебания маятника с периодом $T_2 = 1717,828 \text{ с}$ (рис. 9):

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) = & 65,026816 \cdot 10^{-2} \cos 3,647149588 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 2,992217012 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (2,2777401356 \cdot 10^{-3} t + 1,140286267) - \\ & - 0,000061995 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (0,0246598 \cdot 10^{-3} t - 0,378386402). \end{aligned} \quad (48)$$

* В) Для третьей позиции внешних шаров, подставляя значения:

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2); \quad \beta = 1,21546198 \cdot 10^{-7};$$

$$l_3 = l_2 + \Delta r_3 = 2,03428 + 0,198911 = 2,233191 \text{ см}$$

с погрешностью $\delta |\Delta r_3| = 10,89 \text{ мкм}$;

$$l'_3 = 0,5(r_{\text{ш1}} + r_{\text{ш2}}) + l_3 = 6,21985593 + 2,233191 = 8,45304693 \text{ см}$$

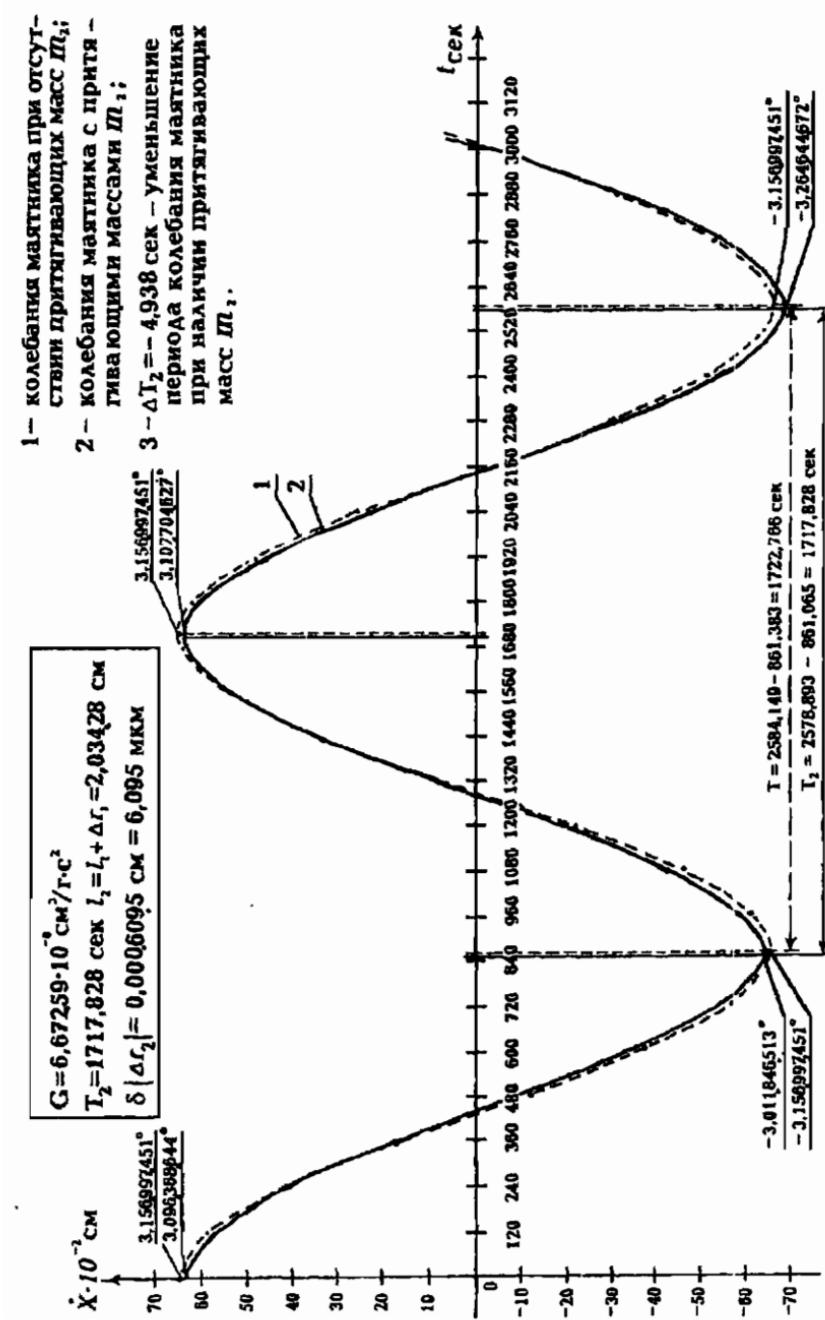


Рис. 9. (Таблица 8)

Таблица 8

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$				
$T_2 = 1717,828 \text{ с}$				
$l_2 = l_1 + \Delta r_2 = 2,03428 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_2 = 0,0006095 \text{ см} = 6,095 \text{ мкм}$				
№	$t \text{ (с)}$	$\dot{x} \cdot 10^{-2} \text{ (см)}$	$\varphi \cdot 10^{-2} \text{ (рад)}$	$\varphi \text{ (град)}$
1	0	63,77800337	5,40418277	3,096368644
2	120	58,42970679	4,950998745	2,836713325
3	240	42,01267451	3,559913445	2,039680158
4	360	17,71601378	1,501153554	0,86009763
5	480	-9,790435762	-0,822591691	-0,471138434
6	600	-35,24095965	-2,986117107	-1,71091974
7	720	-53,7730135	-4,556417223	-2,610634766
8	840	-61,84866525	-5,240701706	-3,002700894
9	* 861,065	-62,03704376	-5,256663822	-3,011846513
10	960	-57,92482275	-4,908217763	-2,81220162
11	1080	-42,74565893	-3,622022347	-2,075265938
12	1200	-19,20199618	-1,627067193	-0,932240831
13	1320	8,215818508	0,696161411	0,398871107
14	1440	34,26824845	2,903695131	1,66369476
15	1560	53,95953131	4,572221674	2,619690049
16	1680	63,48570014	5,379414668	3,082177567
17	* 1719,979	64,01149923	5,423967871	3,107704627

Продолжение таблицы 8

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$				
$T_2 = 1717,828 \text{ с}$				
$l_2 = l_1 + \Delta r_2 = 2,03428 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_2 = 0,0006095 \text{ см} = 6,095 \text{ мкм}$				
№	t (с)	$\dot{\bar{x}} \cdot 10^{-2}$ (см)	$\varphi \cdot 10^{-2}$ (рад)	φ (град)
18	1800	60,95848675	5,165273077	2,959483474
19	1920	46,76813989	3,962864348	2,270554019
20	2040	23,51625485	1,992632766	1,141694476
21	2160	-4,469197751	-0,378694223	-0,216975807
22	2280	-31,94562849	-2,706889616	-1,550933506
23	2400	-53,74164833	-4,553759518	-2,609112013
24	2520	-65,73133028	-5,569696506	-3,191201099
25	* 2578,893	-67,24409876	-5,697897843	-3,264644672
26	2640	-65,61320948	-5,559687625	-3,185466363
27	2760	-53,3472353	-4,520339217	-2,589963591
28	2880	-31,16692427	-2,64090668	-1,513128068
29	3000	-3,164173674	-0,268113956	-0,153617981

и остальные параметры в решение (46г), имеем амплитудно-модулированные колебания маятника с периодом $T_3 = 1718,871$ с (рис. 10):

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) = & 65,026816 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 3,647149588 \cdot 10^{-3} t - \\ & - 1,684257556 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (1,803647757 \cdot 10^{-3} t + 2,19261435) - \\ & - 0,000696258 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (0,023234404 \cdot 10^{-3} t - 2,029921215). \quad (49) \end{aligned}$$

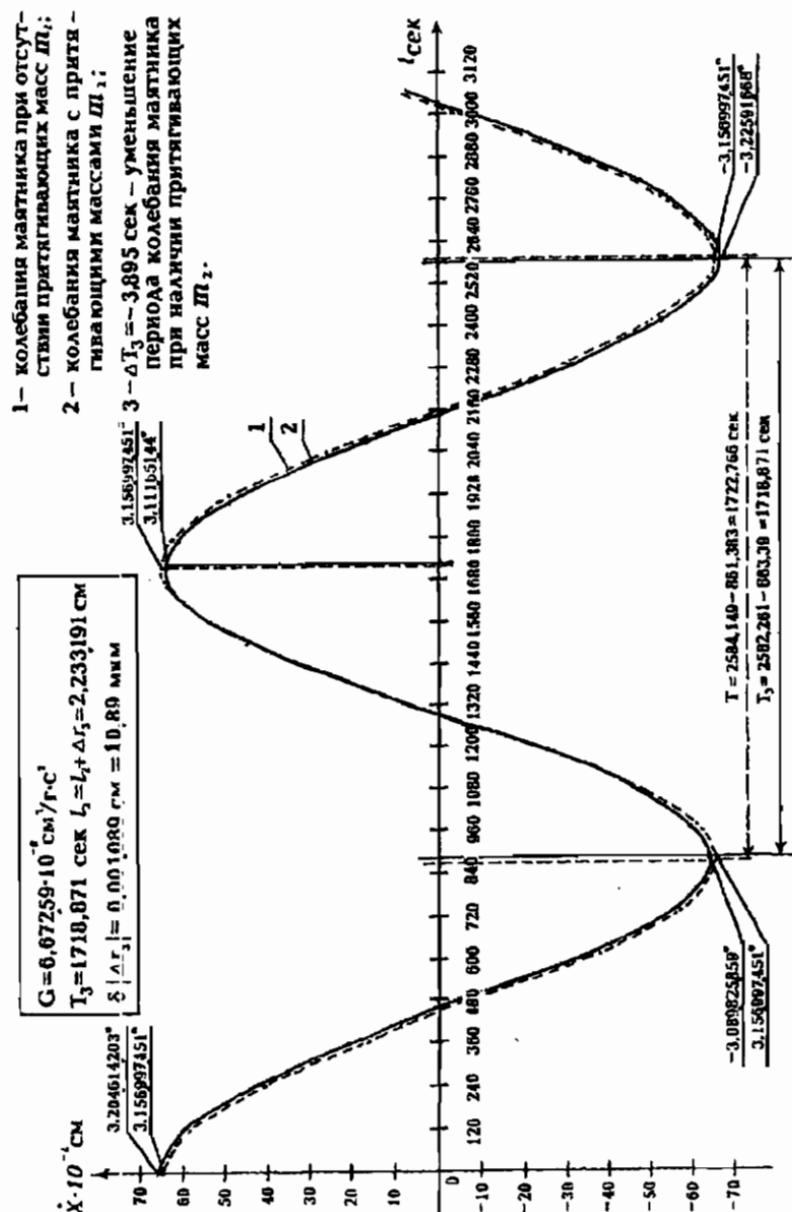


Рис. 10. (Таблица 9)

Таблица 9

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{г} \cdot \text{с}^2)$				
$T_3 = 1718,871 \text{ с}$				
$l_3 = l_2 + \Delta r_3 = 2,233191 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_3 = 0,001089 \text{ см} = 10,89 \text{ мкм}$				
№	$t \text{ (с)}$	$\dot{X} \cdot 10^{-2} \text{ (см)}$	$\varphi \cdot 10^{-2} \text{ (рад)}$	$\rho \text{ (град)}$
1	0	66,0076105	5,59310691	3,204614203
2	120	60,14972515	5,096743251	2,920218776
3	240	43,13078506	3,65465573	2,093963489
4	360	18,18913734	1,541243335	0,383067382
5	480	-9,95308514	-0,843367436	-0,483213947
6	600	-35,98107135	-3,048829934	-1,746850877
7	720	-54,98966672	-4,65950945	-2,669702261
8	840	-63,40824392	-5,372851471	-3,078417132
9	* 863,39	-63,64323719	-5,392763455	-3,089825859
10	960	-59,67187873	-5,056507484	-2,897165379
11	1080	-44,50941403	-3,771472854	-2,160894771
12	1200	-20,84276795	-1,766096796	-1,011898926
13	1320	6,844401744	0,579955408	0,332289971
14	1440	33,27440196	2,81948227	1,615444345
15	1560	53,41340807	4,525946319	2,593176224
16	1680	63,4143671	5,373643513	3,078870939
17	* 1722,8255	64,09279347	5,43085628	3,11165144
18	1800	61,34454333	5,197985301	2,978226197

Продолжение таблицы 9

$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$				
$T_3 = 1718,871 \text{ с}$				
$l_3 = l_1 + \Delta r_3 = 2,233191 \text{ см}; \quad \delta \Delta r_3 = 0,001089 \text{ см} = 10,89 \text{ мкм}$				
№	$t \text{ (с)}$	$\dot{X} \cdot 10^{-2} \text{ (см)}$	$\varphi \cdot 10^{-2} \text{ (рад)}$	$\varphi \text{ (град)}$
19	1920	47,55206754	4,029289887	2,30861305
20	2040	24,60227398	2,084655808	1,194419795
21	2160	-3,204265509	-0,271511109	-0,15556406
22	2280	-30,64123212	-2,596362538	-1,487506155
23	2400	-52,54103206	-4,452026171	-2,550823099
24	2520	-64,76873615	-5,488131792	-3,144467891
25	* 2582,261	-66,44639206	-5,630286746	-3,22591668
26	2640	-65,00180863	-5,507881019	-3,155783365
27	2760	-53,16878217	-4,50521812	-2,581299841
28	2880	-31,46399217	-2,666078512	-1,527550466
29	3000	-3,935627394	-0,333482527	-0,191071413

Средняя расчетная погрешность расстояний между шарами при второй и третьей позициях внешних шаров:

$$\delta_{cp}|\Delta r_{2,3}| = \frac{\delta|\Delta r_2| + \delta|\Delta r_3|}{2} = 8,494 \text{ мкм.}$$

Таким образом, расчетная погрешность расстояний между шарами с учетом трения для трех позиций и величины гравитационной постоянной, равной $G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$ не превышает погрешности измеренных расстояний.

2.3

БАЛАНС ЭНЕРГИЙ

Гравитационные взаимодействия рабочего тела маятника с внешними шаровыми массами порождают, как уже выяснено, переменные гравитационно-инерциальные поля, часть энергии которых увеличивает кинетическую энергию колебаний.

Полная по модулю энергия переменных гравитационно-инерциальных полей при первой позиции внешних шаров с учетом трения маятника при

$$G = 6,67259 \cdot 10^{-8} \text{ см}/(\text{г} \cdot \text{с}^2);$$

$$l_1 = 1,8348895 \text{ см}; \quad l'_1 = 8,05474543 \text{ см};$$

$$\begin{aligned} |\tilde{E}_{g_1}| &= 2 \cdot \left[\frac{I_{g_1} \omega_{g_1}^2}{2} + \frac{I'_{g_1} \omega'_{g_1}^2}{2} \right] = I_{g_1} \omega_{g_1}^2 + I'_{g_1} \omega'_{g_1}^2 = m_1 l_1^2 \cdot \omega_{g_1}^2 + \\ &+ 0,5 m_k l_1'^2 \cdot \omega_{g_1}'^2 = \\ &= 9,7192 \cdot 1,8348895^2 \cdot 8,687267998 \cdot 10^{-6} + 1,48365 \cdot 8,05474543^2 \times \\ &\times 6,871796679 \cdot 10^{-10} = 2,843378055 \cdot 10^{-4} \text{ эрг}. \end{aligned} \quad (50)$$

Прирост кинетической энергии рабочего тела маятника при первой позиции

$$\begin{aligned}\Delta E_{k_1} &= 2 \cdot (E_1 - E) = 2 \cdot \left[\frac{(I + I')\omega_1^2}{2} - \frac{(I + I')\omega^2}{2} \right] = \\ &= (I + I') \cdot (\omega_1^2 - \omega^2) = (m_1 r_{\text{пл}}^2 + 0,5 m_k \cdot r'^2_{\text{пл}}) \cdot (\omega_{g_1}^2 - \omega^2) = \\ &= (9,7192 \cdot 11,8016^2 + 1,48365 \cdot 5,58174407^2) \times \\ &\times (13,40156815 \cdot 10^{-6} - 13,30170012 \cdot 10^{-6}) = \\ &= 1,399892832 \cdot 10^3 \cdot 9,986803 \cdot 10^{-8} = 1,398045393 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.} \quad (51)\end{aligned}$$

Баланс энергий $a_1 |\tilde{E}_{g_1}| = \Delta E_{k_1}$ соблюдается при коэффициенте $a_1 = 0,491684667$. Следовательно, другая часть переменных гравитационно-инерциальных полей взаимодействия излучается в пространство в виде гравитационно-инерциальных волн, энергия которых по модулю имеет величину

$$\begin{aligned}|\tilde{E}_{g_1\text{изл}}| &= |\tilde{E}_{g_1}| - a_1 |\tilde{E}_{g_1}| = 2,843378055 \cdot 10^{-4} - 1,398045393 \cdot 10^{-4} = \\ &= 1,445332661 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.} \quad (52)\end{aligned}$$

Отношение энергии излучения гравитационно-инерциальных волн к полной энергии переменных гравитационно-инерциальных полей при первой позиции внешних шаров

$$N_1 = \frac{|\tilde{E}_{g_1\text{изл}}|}{|\tilde{E}_{g_1}|} = \frac{1,445332661 \cdot 10^{-4}}{2,843378055 \cdot 10^{-4}} = 0,508315332. \quad (53)$$

Полная по модулю энергия переменных гравитационно-инерциальных полей при второй позиции внешних шаров с учетом трения маятника меньше, чем при первой позиции

$$\begin{aligned}|\tilde{E}_{g_2}| &= m_1 l_2^2 \cdot \omega_{g_2}^2 + 0,5 m_k l_2'^2 \cdot \omega_{g_2}'^2 = \\ &= 9,7192 \cdot 2,03428^2 \cdot 5,186556942 \cdot 10^{-6} + \\ &+ 1,48365 \cdot 8,25413593^2 \cdot 6,080949281 \cdot 10^{-10} = \\ &= 2,086695486 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.} \quad (54)\end{aligned}$$

Прирост кинетической энергии рабочего тела при второй позиции

$$\begin{aligned}\Delta E_{k_2} &= (I + I') \cdot (\omega_2^2 - \omega^2) = \\ &= 1,399892832 \cdot 10^3 \cdot (13,37828311 \cdot 10^{-6} - 13,30170012 \cdot 10^{-6}) = \\ &= 1,072079788 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.}\end{aligned}\quad (55)$$

Баланс энергий $a_2 |\tilde{E}_{g_2}| = \Delta E_{k_2}$ соблюдается при коэффициенте $a_2 = 0,51376916$, а энергия излучения гравитационно-инерциальных волн по модулю имеет величину

$$\begin{aligned}|\tilde{E}_{g_2\text{изл}}| &= |\tilde{E}_{g_2}| - a_2 |\tilde{E}_{g_2}| = 2,086695486 \cdot 10^{-4} - 1,072079788 \cdot 10^{-4} = \\ &= 1,014615698 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.}\end{aligned}\quad (56)$$

Отношение энергии излучения гравитационно-инерциальных волн к полной энергии переменных гравитационно-инерциальных полей при второй позиции внешних шаров

$$N_2 = \frac{|\tilde{E}_{g_2\text{изл}}|}{|\tilde{E}_{g_2}|} = \frac{1,014615698 \cdot 10^{-4}}{2,086695486 \cdot 10^{-4}} = 0,486230839. \quad (57)$$

Полная по модулю энергия переменных гравитационно-инерциальных полей при третьей позиции внешних шаров с учетом трения маятника меньше, чем при второй позиции

$$\begin{aligned}|\tilde{E}_{g_3}| &= m_1 l_3^2 \cdot \omega_{g_3}^2 + 0,5 m_k'^2 \cdot \omega_{g_3}'^2 = 9,7192 \cdot 2,233191^2 \times \\ &\times 3,253145231 \cdot 10^{-6} + 1,48365 \cdot 8,45304693^2 \times \\ &\times 5,398375174 \cdot 10^{-10} = 1,577405327 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.}\end{aligned}\quad (58)$$

Прирост кинетической энергии рабочего тела маятника при третьей позиции

$$\begin{aligned}\Delta E_{k_3} &= (I + I') \cdot (\omega_3^2 - \omega^2) = \\ &= 1,399892832 \cdot 10^3 \cdot (13,36205232 \cdot 10^{-6} - 13,30170012 \cdot 10^{-6}) = \\ &= 0,844866122 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.}\end{aligned}\quad (59)$$

Баланс энергий $a_3 |\tilde{E}_{g_3}| = \Delta E_{k_3}$ соблюдается при коэффициенте $a_3 = 0,535604962$, а энергия излучения гравитационно-инерциальных волн имеет величину

$$|\tilde{E}_{g_3\text{изл}}| = |\tilde{E}_{g_3}| - a_3 |\tilde{E}_{g_3}| = 1,577405327 \cdot 10^{-4} - 0,844866122 \cdot 10^{-4} = \\ = 0,732539205 \cdot 10^{-4} \text{ эрг.} \quad (60)$$

Отношение энергии излучения гравитационно-инерциальных волн к полной энергии переменных гравитационно-инерциальных полей при третьей позиции внешних шаров

$$N_3 = \frac{|\tilde{E}_{g_3\text{изл}}|}{|\tilde{E}_{g_3}|} = \frac{0,732539205 \cdot 10^{-4}}{1,577405327 \cdot 10^{-4}} = 0,464395036. \quad (61)$$

Из расчетов энергий следует, что с механическим одновременным удалением внешних шаров от рабочего тела крутильного маятника доли энергий излучений от полных энергий переменных гравитационно-инерциальных полей уменьшаются при каждой последующей позиции внешних шаров, т. е. $N_1 > N_2 > N_3$.

Как показано части 1 книги, при движении абсолютно твердой планеты (пульсара) по эллиптической орбите вокруг звезды («черной дыры») появляется переменная составляющая поля гравитации, половина которой излучается в пространство, т. е. имеет место отношение

$$N = \frac{\bar{V}_{g_{\text{изл}}}}{\bar{V}_g} = 0,5.$$

При этом, в процессе гравитационного излучения эллиптическая орбита планеты (пульсара) стремится к круговой с одновременным уменьшением среднего расстояния от центра инерции. То же самое относится и к астрономической двойной системе с соизмеримыми по массе тел.

Установка с крутильным маятником (рис. 1) с отношением $N_1 = \frac{|\tilde{E}_{g_1\text{изл}}|}{|\tilde{E}_{g_1}|} = 0,5$ при соответствующем расстоянии $l_1 = \Delta r_1$ между соизмеримыми по массе шарами является таким генератором гравитационно-инерциальных волн, который в некотором

смысле подобен астрономической двойной системе, состоящий из соизмеримых по массе тел, движущихся по эллиптической орбите с небольшим эксцентриситетом в системе отсчета центра инерции двойной системы.

Поскольку гравитационно-инерциальная волна имеет разный знак энергии перед фронтом и за фронтом волны, то поток энергии, переносимый гравитационно-инерциальными волнами от данной гравитационной колебательной системы, не может быть обнаружен относительными смещениями «пробных» тел или переменными механическими напряжениями в протяженных телах [17, 18].

Как известно, после Г. Кавендиша немецкий ученый Ф. Райх 150 лет назад существенно улучшил методику измерений при определении константы гравитации, применяя для этого крутой маятник (крутые весы, рис. 1). Для вычисления константы гравитации используется формула:

$$K_{\text{гр},i} = \dot{\bar{I}}(\omega_i^2 - \omega^2), \quad (62a)$$

или

$$Gk_{\text{гр},i} = \dot{\bar{I}}(\omega_i^2 - \omega^2), \quad (62b)$$

или

$$G = \frac{\dot{\bar{I}}(\omega_i^2 - \omega^2)}{k_{\text{гр},i}}, \quad (62c)$$

где: $K_{\text{гр},i}$ — так называемая гравитационная жесткость, а $k_{\text{гр},i}$ — коэффициент гравитационной жесткости. Коэффициент $k_{\text{гр},i}$ зависит от размеров и плотностей гравитационных масс, а также их взаимного расположения. Момент инерции $\dot{\bar{I}}$ задается геометрическими размерами и массой рабочего тела крутого маятника. Разность квадратов частот $(\omega_i^2 - \omega^2)$ определяется измерением частот колебаний маятника в отсутствии ω и в присутствии ω_i эталонных масс (на рис. 1 шары с одинаковыми массами m_2).

Выясним физический смысл формулы (62a). Из баланса энергий, рассмотренной ранее

$$a_i |\tilde{E}_{gi}| = \Delta E_{ki}, \quad (63)$$

следует, что часть энергии переменных гравитационно-инерциальных полей взаимодействия гравитирующих масс

$$\begin{aligned} a_i |\tilde{E}_{gi}| &= a_i (m_1 l_i^2 \cdot \omega_{g_1}^2 + 0,5 m_k l_i'^2 \cdot \omega_{g_1}'^2) = \\ &= a_i \left[m_1 l_i^2 \frac{G m_2 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_i^5} + 0,5 \cdot m_k l_i'^2 \frac{G m_2 \left(1 + \frac{0,5 \cdot m_k}{m_2}\right) r_{\text{пл}}'^2}{l_i'^5} \right] = \\ &= G a_i m_2 \left[\frac{m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_i^3} + \frac{0,5 m_k \left(1 + \frac{0,5 m_k}{m_2}\right) r_{\text{пл}}'^2}{l_i'^3} \right] \end{aligned} \quad (64)$$

как раз и есть гравитационная жесткость по Ф. Райху:

$$K_{\text{гр.}i} = a_i |\tilde{E}_{gi}| \quad (65a)$$

или

$$G k_{\text{гр.}i} = a_i |\tilde{E}_{gi}|, \quad (65b)$$

где коэффициент гравитационной жесткости

$$k_{\text{гр.}i} = a_i m_2 \left[\frac{m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_i^3} + \frac{0,5 m_k \left(1 + \frac{0,5 m_k}{m_2}\right) r_{\text{пл}}'^2}{l_i'^3} \right], \quad (66)$$

а константа гравитации, согласно новому закону тяготения

$$\begin{aligned} G &= \frac{\dot{I} (\omega_i^2 - \omega^2)}{k_{\text{гр.}i}} = \\ &= \frac{\dot{I} (\omega_i^2 - \omega^2)}{a_i \pi_2 \left[\frac{m_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) r_{\text{пл}}^2}{l_i^3} + \frac{0,5 m_k \left(1 + \frac{0,5 \cdot m_k}{m_2}\right) r_{\text{пл}}'^2}{l_i'^3} \right]} \end{aligned} \quad (67)$$

Здесь:

$$\overset{*}{I} = I + I' = m_1 r_{\text{пл}}^2 + 0,5 m_k r_{\text{пл}}'^2;$$

$$k_{\text{тр.1}}, k_{\text{тр.2}}, k_{\text{тр.3}}, \dots; \quad \omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots;$$

значения: a_1, a_2, a_3 ($a_1 < a_2 < a_3 \dots$) — определяются через решения дифференциальных уравнений; значения:

$$l_1 = \Delta r_1, \quad l_2 = \Delta r_1 + \Delta r_2, \quad l_3 = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3, \quad \dots,$$

$$l'_1 = [c(r_{\text{пл}} + r_{\text{ш.1}}) + \Delta r_1],$$

$$l'_2 = [c(r_{\text{пл}} + r_{\text{ш.1}}) + \Delta r_1 + \Delta r_2],$$

$$l'_3 = [c(r_{\text{пл}} + r_{\text{ш.1}}) + \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3], \quad \dots$$

— имеют наименьшую погрешность при значении G с наименьшей погрешностью; $r'_{\text{пл}} = c(r_{\text{пл}} - r_{\text{ш.1}})$; $c = 0,45 \div 0,5$.

Заметим, по закону тяготения Ньютона отсутствуют множители

$$\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \quad \text{и} \quad \left(1 + \frac{0,5 m_k}{m_2}\right)$$

в формуле (67). При этом если $N_1 > N_2 > N_3$, то при соизмеримых массах m_1 и m_2 существенно нарушается баланс энергий, что не позволяет с помощью дифференциальных уравнений для различных позиций внешних шаров определить константу гравитации с достаточной точностью. Баланс энергий по закону тяготения Ньютона с соизмеримыми массами не нарушается тогда, когда $N_{1H} < N_{2H} < N_{3H}$. Например, для трех позиций внешних шаров при $G = 6,67259^{-8}$ см³/(г · с²); $\delta |\Delta r_1| = 20,095$ мкм; $\delta |\Delta r_2| = 6,095$ мкм; $\delta |\Delta r_3| = 10,89$ мкм и квадратами частот по закону Ньютона:

$$\omega_{1H}^2 = \frac{G m_2 r_{\text{пл}}^2}{l_1^5}; \quad \omega_{1H}'^2 = \frac{G m_2 r_{\text{пл}}'^2}{l_1'^5}; \quad \omega_{2H}^2 = \frac{G m_2 r_{\text{пл}}^2}{l_2^5};$$

$$\omega_{2H}'^2 = \frac{G m_2 r_{\text{пл}}'^2}{l_2'^5}; \quad \omega_{3H}^2 = \frac{G m_2 r_{\text{пл}}^2}{l_3^5}; \quad \omega_{3H}'^2 = \frac{G m_2 r_{\text{пл}}'^2}{l_3'^5}$$

коэффициенты N_{1H} , N_{2H} , N_{3H} имеют следующие значения:

$$N_{1H} = \frac{|\tilde{E}_{g1H\text{ изл}}|}{|\tilde{E}_{g1H}|} = 0,016989971; \quad N_{2H} = \frac{|\tilde{E}_{g2H\text{ изл}}|}{|\tilde{E}_{g2H}|} = 0,027561294;$$

$$N_{3H} = \frac{|\tilde{E}_{g3H\text{ изл}}|}{|\tilde{E}_{g3H}|} = 0,070687889.$$

Однако, как видим, по закону тяготения Ньютона, с каждым последующим удалением внешних шаров, энергия излучения уменьшается медленнее по сравнению с более быстрым уменьшением полных энергий переменных гравитационно-инерциальных полей маятника, что является абсурдным. По новому же закону тяготения, с каждым последующим удалением внешних шаров, энергия излучения уменьшается быстрее по сравнению с более медленным уменьшением полных энергий переменных гравитационно-интегральных полей маятника, что соответствует физической реальности.

Согласно работе [15, с. 3], дифференциальное уравнение движения рабочего тела кривошипного маятника без учета трения в гравитационном поле притягивающих шаров с массами m_2 представлено в виде (рис. 11):

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = -\frac{G2m_2 \left[m_1L_1(b_1 + b_2) \sin\varphi + \frac{m_k(b_3 + b_4)}{2 \sin\varphi} \right]}{I}. \quad (68)$$

Здесь:

$$b_1 = \frac{L_5}{\sqrt{(L_5^2 + L_1^2 - 2L_5L_1 \cos\varphi)^3}};$$

$$b_2 = -\frac{L_5}{\sqrt{(L_5^2 + L_1^2 + 2L_5L_1 \cos\varphi)^3}};$$

$$b_3 = \frac{(L_1 + L_6 \cos\varphi)}{L_6 \sqrt{L_6^2 + L_1^2 + 2L_6L_1 \cos\varphi}};$$

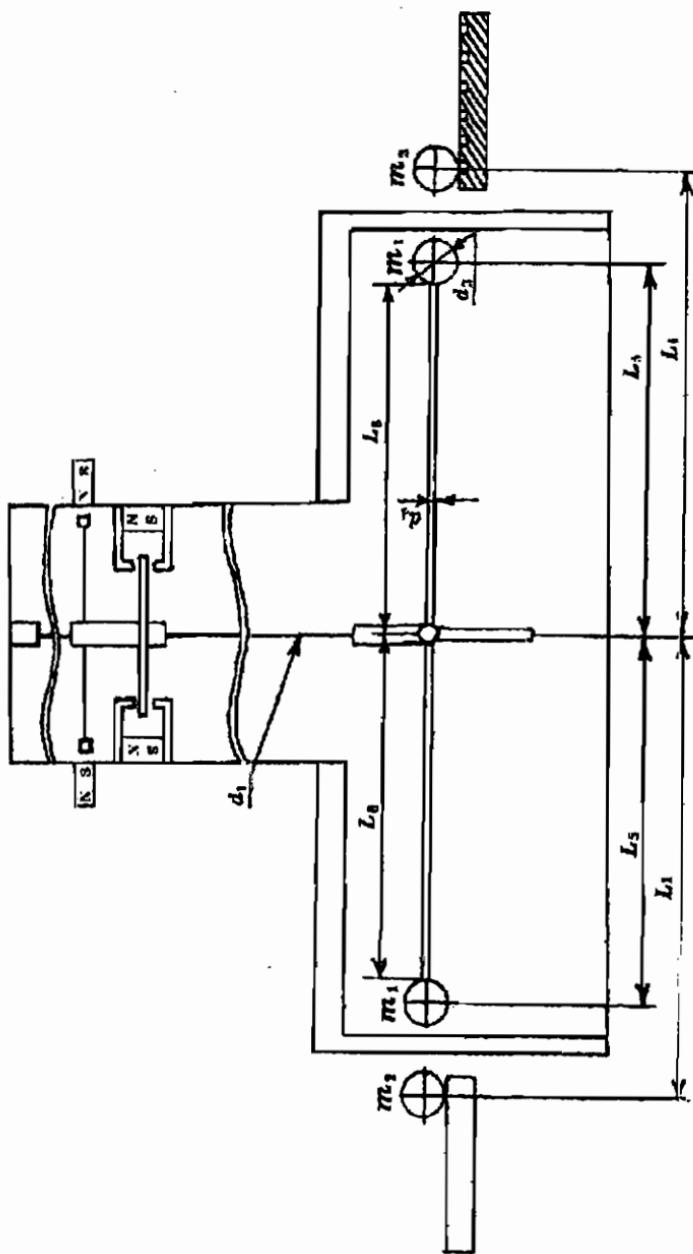


Рис. 11. Основные линейные размеры установки при первой позиции притягивающих шаров с массами m_2 согласно работе [15]

$$b_4 = \frac{(L_1 - L_6 \cos \varphi)}{-L_6 \sqrt{L_6^2 + L_1^2 - 2L_6 L_1 \cos \varphi}};$$

где: φ — угол отклонения коромысла от положения равновесия; G — гравитационная постоянная; m_2 — разность масс притягивающих шаров и вытесненного воздуха; m_1 — масса груза коромысла; m_k — масса коромысла; L_5, L_6, L_1 — расстояния от оси вращения до центра масс грузов коромысла, концов коромысла и центров притягивающих шаров;

$$\overset{*}{I} = 2m_1 L_5^2 + 0,2m_1 d_1^2 + \frac{m_2 (L_6^2 + 0,1875 d_4^2)}{3} + I_1$$

— момент инерции рабочего тела, куда входит: I_1 — момент инерции тела при отсутствии коромысла.

Однако, уравнение (68) не соответствует математическому описанию колебательных систем, так как при наличии в левой части уравнения (68) второй производной от угла отклонения по времени, в правой части нет вынуждающей силы как функции частоты и времени.

Согласно работе [15, с. 3], из уравнения (68) константа гравитации для первой позиции шаров с массами m_2 равна

$$G_{1,1} = \frac{\overset{*}{I} \cdot 4\pi^2 \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T^2} \right)}{2m_2 m_1 (b_1 - b_j)} = \frac{\overset{*}{I} \cdot (\omega_1^2 - \omega^2)}{2m_2 m_1 (b_1 - b_j)}. \quad (69)$$

Здесь: $G_{1,1} \cdot 2m_2 m_1 (b_1 - b_j) = G_{1,1} \cdot k_{\text{тр},1} = K_{\text{тр},1}$ — гравитационная жесткость; $k_{\text{тр}} = 2m_2 m_1 (b_1 - b_j)$ — коэффициент гравитационной жесткости; где:

$$b_1 = \frac{L_5}{\sqrt{(L_5^2 + L_1^2 - 2L_5 L_1 \cos \varphi)^3}},$$

а $b_j = b_{11} + b_{21} + b_{31} + b_{41}$ — сложное алгебраическое выражение [15, с. 3].

Соответственно, баланс энергий

$$G_{1,1} \cdot 2m_2 m_1 (b_1 - b_j) = \overset{*}{I} \cdot (\omega_1^2 - \omega^2). \quad (70)$$

Однако, в формуле (69) отсутствует правильная размерность константы гравитации и, следовательно, баланс энергий (70) по методу Ф. Райха теряет смысл.

Следовательно, согласно работе [15] проведенный эксперимент с гравитационным взаимодействием соизмеримых по массе тел при неплохом инженерном и метрологическом обеспечении интерпретирован математически и физически неправильно.

Таким образом, колебания крутильного маятника, взаимодействующего гравитационно на различных расстояниях с соизмеримыми по массе внешними шарами, подтверждают новый (обобщенный) закон всемирного тяготения, который входит в исходные дифференциальные уравнения. Эти уравнения позволяют более точно, с учетом погрешности измерений параметров маятника, определить величину гравитационной постоянной.

Гравитационная жесткость в формуле (62а) для вычисления гравитационной постоянной по методу Р. Райха физически представляет собой часть энергии переменных гравитационно-инерциальных полей взаимодействующих гравитационно-масс. Другая часть этой энергии распространяется в виде гравитационно-инерциальных волн в пространстве, не меняя локально его метрику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилизы и резонансы в Солнечной системе / Сб. статей под ред. В. Н. Жаркова. Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Наука, 1973.
3. Меллер К. Теория относительности / Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
4. Синг Дж. Общая теория относительности / Пер. с англ. М.: Иностр. лит., 1963.
5. Сиама Д. Физические принципы общей теории относительности / Пер. с англ. М.: Мир, 1971.
6. Уилл К. М. Теория и эксперимент в гравитационной физике / Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1985.
7. Саакян Г. С. Пространство-время и гравитация. Ереван: Изд-во Ереванского ун-та, 1985.
8. Бронштейн В. А. Как движется Луна? М.: Наука, 1990.
9. Брилльян Л. Новый взгляд на теорию относительности / Пер. с англ. М.: Мир, 1972.
10. Шмутцер Э. Теория относительности: Пер. с нем. М.: Мир, 1981.
11. Брагинский В. Б., Манукян А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М.: Наука, 1974.
12. Михайлов В. Н. Упругость поля тяготения и обобщенный закон всемирного тяготения Ньютона. М.: АО «Знак», 1993.
13. Михайлов В. Н. Новый закон всемирного тяготения. М.: Экспедитор, 1996.
14. Михайлов В. Н. Экспериментальное подтверждение нового (обобщенного) закона всемирного тяготения // Объединенный научный журнал. 2002, № 9 (32). С. 22–60.

15. Карагиоз О. В., Измайлов В. П. Измерение гравитационной постоянной крутильными весами // Комитет Российской Федерации по стандартизации, метрологии и сертификации, «Измерительная техника». М., 1996. № 10. С. 3–9.
16. Торге В. Гравиметрия. М.: Мир, 1999.
17. Брагинский В. Б., Руденко В. Н. Релятивистские гравитационные эксперименты // «УФН». 1970. Т. 100. Вып. 3. С. 395.
18. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация / Пер. с англ. М., 1977. Т. 1–3.

Издательство УРСС

специализируется на выпуске учебной и научной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской Академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений.



Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Основываясь на широком и плодотворном сотрудничестве с Российским фондом фундаментальных исследований и Российским гуманитарным научным фондом, мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания -- от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.

Среди вышедших и готовящихся к изданию книг мы предлагаем Вам следующие:

Серия «Relata Refero»

Бабанин А. Ф. Введение в общую теорию мироздания. Кн. 1, 2.

Бураго С. Г. Эфиродинамика Вселенной.

Артеха С. Н. Критика основ теории относительности.

Янчилин В. Л. Квантовая теория гравитации.

Янчилин В. Л. Неопределенность, гравитация, космос.

Шульман М. Х. Теория шаровой расширяющейся Вселенной.

Шульман М. Х. Вариации на темы квантовой теории.

Калинин Л. А. Кардинальные ошибки Эйнштейна.

Халезов Ю. В. Планеты и эволюция звезд. Новая гипотеза происхождения Солнечной системы.

Блинков В. Ф. Раствущая Земля: из планет в звезды.

Кецарис А. А. Алгебраические основы физики.

Брусин Л. Д., Брусин С. Д. Иллюзия Эйнштейна и реальность Ньютона.

Федосин С. Г. Современные проблемы физики. В поисках новых принципов.

Федосин С. Г. Основы синкертитики. Философия носителей.

Зверев Г. Я. Физика без механики Ньютона и без теории Эйнштейна.

Заказчиков А. И. Загадка эфирного ветра: фундаментальные вопросы физики.

Николаев О. С. Механические свойства жидких металлов.

Ацюковский В. А. Физические основы электромагнетизма и электромагнитных явлений.

Барыкин В. Н. Лекции по электродинамике и теории относительности без ограничения скорости.

Опарин Е. Г. Физические основы бестопливной энергетики.

Низовцев В. В. Время и место физики XX века.

Стельмахович Е. М. Пространственная (топологическая) структура материи.

Галаевин В. В. Дорогой Декарта, или физика глазами системотехника.

Еремин М. А. Уравнения высших степеней.

Долгушин М. Д. Эвристические методы квантовой химии или о смысле научных занятий.

Терлецкий Н. А. О пользе и вреде излучения для жизни.

Чижков Е. Б. Введение в философию математических пространств.

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:
тел./факс (095) 135-42-16, 135-42-46
или электронной почтой URSS@URSS.ru
Полный каталог изданий представлен
в Интернет-магазине: <http://URSS.ru>

Издательство УРСС

Научная и учебная
литература

Издательство УРСС



Представляет Вам свои лучшие книги:

Теория поля и гравитация

Иваненко Д. Д., Сарданашвили Г. А. Гравитация.

Сарданашвили Г. А. Современные методы теории поля. Т. 1–4.

Богуш А. А. Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий.

Богуш А. А., Мороз Л. Г. Введение в теорию классических полей.

Рубаков В. А. Классические калибровочные поля. В 2 кн.

Коноплева Н. П., Попов В. Н. Калибровочные поля.

Волобуев И. П., Кубышин Ю. А. Дифференциальная геометрия и алгебры Ли и их приложения в теории поля.

Маслов В. П., Шведов О. Ю. Метод комплексного ростка в задаче многих частиц и квантовой теории поля.

Розенталь И. Л., Архангельская И. В. Геометрия, динамика, Вселенная.

Квантовая механика

Петрашев М. И., Трифонов Е. Д. Применение теории групп в квантовой механике.

Van der Верден Б. Л. Метод теории групп в квантовой механике.

Галицкий В. М., Карнаков Б. М., Коган В. И. Задачи по квантовой механике. Ч. 1, 2.

Горбацевич А. К. Квантовая механика в общей теории относительности.

Горбацевич А. К. Основы квантовой механики в искривленном пространстве-времени.

Килин С. Я. Квантовая оптика: поля и их детектирование.

Килин С. Я. Квантовая информация.

Вильф Ф. Ж. Логическая структура квантовой механики.

Эддингтон А. Относительность и кванты.

Астрономия и астрофизика

Ефремов Ю. Н. Вглубь Вселенной. Звезды, галактики и мироздание.

Чернин А. Д. Звезды и физика.

Сажин М. В. Современная космология в популярном изложении.

Левитан Е. П. Физика Вселенной: экскурс в проблему.

Бааде В. Эволюция звезд и галактик.

Шварцшильд М. Строение и эволюция звезд.

Архангельская И. Д., Чернич А. Д., Розенталь И. Л. Космология и физический вакуум.

Кинг А. Р. Введение в классическую звездную динамику.

Куликовский П. Г. Справочник любителя астрономии.

Кононович Э. В., Мороз В. Н. Общий курс астрономии.

Хлопов М. Ю. Космомикрофизика.

Хлопов М. Ю. Основы космомикрофизики.

Попова А. П. Занимательная астрономия.

Сурдин В. Г. Астрономические задачи с решениями.

Николаев О. С. Физика и астрономия: Курс практических работ для средней школы.

Инатов С. И. Миграция небесных тел в Солнечной системе.

Дорофеева В. А., Макалкин А. Б. Эволюция ранней Солнечной системы.

Тверской Б. А. Основы теоретической космофизики.

Издательство УРСС



Представляет Вам свои лучшие книги:

Термодинамика и статистическая физика

Квасников И. А. Термодинамика и статистическая физика. В 4 т.

Т. 1: Теория равновесных систем: Термодинамика.

Т. 2: Теория равновесных систем: Статистическая физика.

Т. 3: Теория неравновесных систем.

Т. 4: Термодинамика и статистическая физика. Спецкурс.

Квасников И. А. Молекулярная физика.

Агеев Е. П. Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах.

Дуров В. А., Агеев Е. П. Термодинамическая теория растворов.

Мюнстер А. Химическая термодинамика.

Крылов Н. С. Работы по обоснованию статистической физики.

Варикаш В. М., Болсун А. И., Аксенов В. В. Сборник задач по статистической физике.

Бриллюэн Л. Кvantовая статистика.

Баранов А. А., Колпациков В. Л. Релятивистская термомеханика силошных сред.

Шапкин А. И., Сидоров Ю. И. Термодинамические модели в космохимии и планетологии.

Базаров И. П. Заблуждения и ошибки в термодинамике.

Серия «Синергетика: от прошлого к будущему»

Трубецков Д. И. Введение в синергетику. В 2 кн.: Колебания и волны. Хаос и структуры.

Арнольд В. И. Теория катастроф.

Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики.

Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Современные проблемы нелинейной динамики.

Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего.

Чернавский Д. С. Синергетика и информация (динамическая теория информации).

Баранцев Р. Г. Синергетика в современном естествознании.

Хакен Г. Информация и самоорганизация.

Андронов И. В., Баранцев Р. Г., Маневич Л. И. Асимптотическая математика и синергетика: путь к целостной простоте.

Пригожин И., Стенгерс И. Время. Хаос. Квант. К решению парадокса времени.

Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой.

Пригожин И., Николос Г. Познание сложного. Введение.

Пригожин И., Глендорф П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций.

Наши книги можно приобрести в магазинах:

**Издательство
УРСС**

**(095) 135-42-46,
(095) 135-42-16,
URSS@URSS.ru**

«Библио-Глобус» (м. Лубянка, ул. Милютинская, 6. Тел. (095) 925-2457)
«Московский дом книги» (м. Арбатская, ул. Новый Арбат, 8. Тел. (095) 203-8242)
«Москва» (м. Охотный ряд, ул. Тверская, 8. Тел. (095) 229-7355)
«Молодая гвардия» (м. Полянка, ул. Б. Полянка, 28. Тел. (095) 238-5083, 238-1144)
«Дом деловой книги» (м. Пролетарская, ул. Маркса, 9. Тел. (095) 270-5421)
«Гностис» (И. Университет, 1 гум. корпус МГУ, комн. 141. Тел. (095) 939-4713)
«У Нентвара» (РГГУ) (м. Новослободская, ул. Чапикова, 15. Тел. (095) 973-4301)
«СПб. дом книги» (Невский пр., 28. Тел. (812) 211-3954)

В третьем, переработанном издании книги по-прежнему доказательно формулируется уточняющий закон всемирного тяготения.

Кроме того, книга дополнена описанием эксперимента, который подтверждает этот новый закон.

Издательство УРСС рекомендует следующие книги:



С. Вайнберг
Мечты об окончательной теории:
физика в поисках самых фундаментальных законов природы



Б. Грин
Элегантная
Вселенная.
Суперструны,
скрытые
размерности
и поиски
окончательной
теории

Р. Пенроуз
Новый ум короля.
О компьютерах,
мышлении и законах
физики

Р. Фейнман,
Р. Лейтон, М. Сэндс
Фейнмановские лекции по физике.
Т.1-9.
Задачи и упражнения с ответами и решениями



2738 ID 23787



9 785354 008889 >

ИЗДАТЕЛЬСТВО
НАУЧНОЙ И УЧЕБНОЙ

Тел./факс: 7 (095) 237-87-87
Тел./факс: 7 (095) 237-87-88

интернет-магазин

OZON.ru



14243053

URSS.ru

изданий
Интернет:
//URSS.ru